

16. tábla

A budapesti kivitelező vállalatok
vidéken foglalkoztatott munkáslétszáma

Időpont (a hó végén)	A budapesti székhelyű építőipari vállalatok építőipari munkás- létszáma a kivitelezés alatt álló építményeken		
	összesen (fő)	ebből: a vidéki munkahelyen dolgozók	
		száma (fő)	aránya (százalék)
1955. október	39 676	20 046	50,5
1956. szeptember . .	42 220	18 666	44,2
1957. szeptember . .	54 072	28 045	51,9
1958. szeptember . .	55 561	23 566	42,4

A vidéki vállalatok többsége a megye,
vagy a szomszédos megye területén végez
csak építőipari munkát. Jelentős azonban

a Fejér és a Bács megyei építőipari vál-
latok által idegen megye területén fog-
lalkoztatott dolgozók száma. Így például
a Bács megyei vállalatok (Állami Építő-
ipari Vállalat, Építő és Szerelő Vállalat,
valamint az 5. sz. Mélyépítő Vállalat) dol-
gozóinak száma az építkezések tényleges
földrajzi fekvése szerint a következő-
képpen oszlik meg:

Megye	Fő	Százalék
Bács megyében dolgozik	1574	45,1
Budapesten	863	24,8
Békés megyében "	198	5,7
Csongrád "	132	3,8
Fejér "	174	5,0
Pest "	401	11,5
Szolnok "	144	4,1
Összesen	3486	100,0

Az idősorok grafikus ábrázolásának néhány módszertani kérdése*

I. TEICH

A statisztikai adatok elemzésére és
népszerűsítésére széles körben alkalmaz-
zák a grafikus ábrázolást.

A statisztikai adatok grafikus ábrázolá-
sának speciális módszertana van, ame-
lyet a statisztika elmélete rendszerint kü-
lön fejezetként tárgyal. Ennek ellenére a
grafikus ábrázolás módszertana nem
minden tekintetben elégíti ki az igénye-
ket. Ebben a cikkben néhány olyan nem
tisztázott kérdéssel foglalkozunk, melyek
az idősorok grafikus ábrázolására vonat-
koznak.

A dinamikus vagy idősoroknál — mint
ismeretes — azokat a különböző értéke-
ket vizsgáljuk, amelyeket a változó is-
mérő az egyik időtartamtól a másikig
vagy az egyik állapottól a másikig elér.
Ebből a szempontból a dinamikus sorok
kétfélék: tartam- vagy állapot-idősorok.
Az egyik időszakról a másikig elért kü-
lönbségek értékei, mint például a termelés,
az eladások volumene, a születések, a
halálesetek száma stb. tartam-idősort, az
egyik időponttól a másikig elért külön-
böző nagyságok, mint például az állóala-

pok, a forgóeszközök értéke, a népesség
száma stb. állapot-idősort alkotnak.

Az idősorok (akár tartam- akár állapot-
idősróról van szó) ábrázolása rendszerint
vonaldiagramm (grafikon) segítségével
történik.

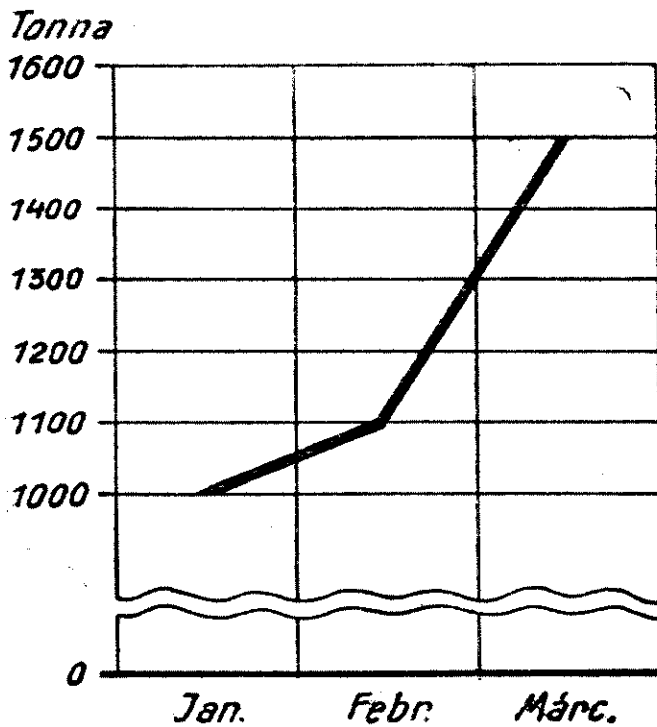
Tegyük fel, hogy X vállalat cement-
termelése (tonnában) 1954. január, feb-
ruár és március hónapban, illetve a rak-
tárában tárolt petroléumkészlet (kilo-
grammban) 1955. január 1-én, február
1-én és március 1-én 1 000, 1 100 és 1 500
volt. Az első feltevés esetében tartam-
idősróról, a másodikban pedig állapot-
idősróról van szó.

Ez grafikonnal az 1. és 2. ábra szerint
szemléltethető.

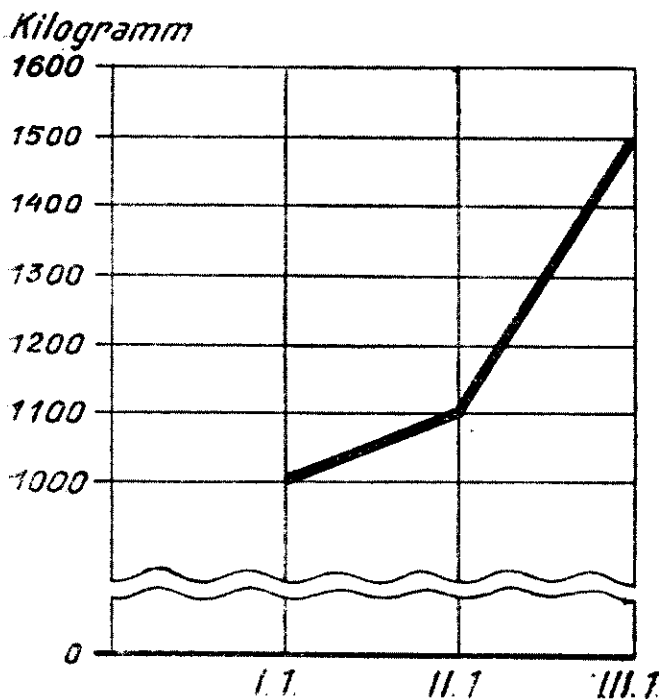
A függőleges tengelyen alkalmazott
skála mindkét ábrán zérussal kezdődik,
majd megszakad, azután 1 000-el folytató-
dik (legkisebb érték), és 1 600-zal végző-
dik. A szélső értékek között a lépték
egyenlő. Az ilyen lépték neve természe-
tes vagy egyenletes lépték. Ha a változó
ismérő szélső értékei közötti különbség
kisebb, mint a megadott minimális érték
és a zérus közötti különbség, akkor a
skálát rendszerint megszakítjuk.

* A szerző, I. Teich (Bukarest) ezt a cikket a
Statisztikai Szemle számára írta.

1. ábra



2. ábra



Az adatokat a tartam-idősor ábrázoló 1. ábrán az osztásközök közepébe emelt merőlegesekre, az állapot-idősor ábrázoló 2. ábrán pedig az osztásvonalakra vettük fel.

A természetes léptéken kívül használnak ún. logaritmikus léptéket is.

Logaritmikus léptékű hálózaton történő ábrázolásnál, az abszolút növekedésnek a léptékben nem mindig azonos (mint a természetes léptéknél), hanem egyre csökkenő távolságok felelnek meg. Ez annak következménye, hogy a logaritmikus lépték a változó ismerv értékei logaritmusaának mantisszája növekedésén alapszik.

A logaritmikus lépték néhány sajátossága:

a) legkisebb logaritmusa (zérus) az 1-nek van, tehát a logaritmikus lépték nem kezdődhet 1-nél kisebb értékkel;

b) az 1–10 számok mantisszája ugyanaz, mint az illető számok 10, 100, 1000, 10 000-szereséé. A különbség csupán a karakterisztikánál van. Ebből következik, hogy az 1, 2, 3 ... számok logaritmikus léptéke használható a 10, 20 30 ... vagy a 100, 200, 300 ... stb. számoknál is.

c) A logaritmikus léptéknél a változó ismerv jellemző értékeit egymástól egyre kisebb távolságokban, az adott számok logaritmusaának mantisszájában mutatózó mind jobban kisebbedő különbségeknek (illetve mindinkább kisebbedő növekedéseknek) megfelelően vesszük fel.

Például az 1–10 számok logaritmusaának mantisszája és a megfelelő különbségek (a mantissza három tizedessel) az alábbiak.

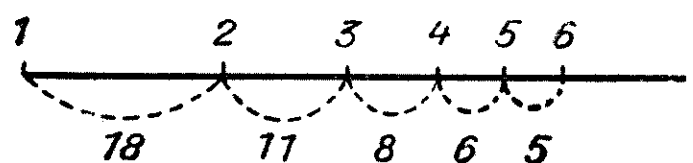
1. tábla

Szám	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Mantissza	0	301	477	602	699	778	845	903	954	1000
Különbség (növekedés)	—	301	176	125	97	79	67	58	51	46

Ha a mantissza 100 egységgel való növekedését 6 milliméternek vesszük, akkor a fenti számok a tengelyen egymást követően a következő távolságokban helyezkednek el:

- 1 — a lépték kezdőpontja;
- 2 — $3,01 \cdot 6 = 18$ mm-re az 1. számtól;
- 3 — $1,76 \cdot 6 = 11$ mm-re a 2. számtól;
- 4 — $1,25 \cdot 6 = 8$ mm-re a 3. számtól;
- 5 — $0,97 \cdot 6 = 6$ mm-re a 4. számtól stb.

3. ábra



Ez a lépték használható 10–100 vagy 100–1000, 1000–10 000 stb. esetén is, ezeket „egyezményes szakaszok”-nak szokás nevezni.

A fentiekben röviden ismertettük az idősorok grafikus ábrázolásának általános elveit. A továbbiakban ehhez néhány bővítést és észrevételt kívánunk fűzni.

Szükségesnek tartjuk annak tisztázását, hogy miképpen történjék a két vagy több szakaszból származó (például 100-nál, 1 000-nél, 10 000-nél stb nagyobb vagy kisebb) értékeket tartalmazó idősor grafikus ábrázolása logaritmikus léptékben. Ilyen eset fordul elő például a kisipari szövetkezeti tagok számának alakulását az 1950—1956. években mutató sornál (forrás a Román Népköztársaság Statisztikai Évkönyve 1957. 91. old.).

Év	Tagok száma (ezer fő)
1950	65
1951	90
1952	104
1953	110
1954	125
1955	131
1956	146

Amint látható e sor értékei két szakaszhoz tartoznak: egyik részük 104 (10 000—100 000) szakaszhoz (az 1950. és 1951. évi értékek), másik részük pedig a 105 (100 000—1 000 000) szakaszhoz (az 1952—1956. évi értékek). A tankönyveink általában nem tartalmazzák, hogy ilyenkor az idősor miképpen ábrázolható logaritmikus léptékben. véleményünk szerint ebben az esetben csupán a 600 000 és 150 000 között előforduló értékekből kell logaritmikus léptéket szerkeszteni. (A léptékben a változó ismerv következő jellemző értékeit vesszük fel: 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150.)

Az ilyen lépték a logaritmikus lépték szerkesztésének általános elvei alapján készül.

2. tábla

Szám	Logaritmus	Logaritmusok közötti különbség	Távolság (mm)	Szám	Logaritmus	Logaritmusok közötti különbség	Távolság (mm)
1	2	3	4	5	6	7	8
60	1,778	—	—	65	1,813	0,035	7,0
75	1,875	0,097	19,4	90	1,954	0,141	28,2
90	1,954	0,079	15,8	104	2,017	0,063	12,6
105	2,021	0,067	13,4	110	2,041	0,024	4,8
120	2,079	0,058	11,6	125	2,097	0,056	11,2
135	2,130	0,051	10,2	131	2,117	0,020	4,0
150	2,176	0,046	9,2	146	2,164	0,047	9,4
Összesen	—	0,398	79,6	—	—	—	77,2

A második oszlop az első oszlop értékeinek logaritmusait tartalmazza.

A harmadik oszlopba a logaritmusok közötti egymást követő különbségek szerepelnek (például $0,97 = 1,875 - 1,778$; $0,079 = 1,954 - 1,875$ stb.)

A negyedik oszlopban a milliméterben mért megfelelő távolságokat tüntettük fel. (E távolságok kiszámítása a következőképpen történt: a logaritmusok közötti különbségek összege 0,398. Így például egy 80 milliméter magasságú léptéknél $80 : 398 = 0,2$ milliméter jut egy ezredrész különbségre, tehát $97 \cdot 0,2 = 19,4$ mm; $79 \cdot 0,2 = 15,8$ mm lesz a távolság.)

Az 5—8. oszlop ugyanezt a számítást tartalmazza a tényleges értékeknél.

A 4. ábrán az adatokat természetes

(egyenletes) léptékben, az 5. ábrán pedig logaritmikus léptékben ábrázoljuk.

Felmerül a kérdés, hogy a két ábra közül melyik tükrözi helyesebben a tagok számának változását?

Hasonlítsuk össze a logaritmikus és a természetes léptékben ábrázolt értékek közötti milliméterben mért távolságokat. (Lásd a 3. táblát.)

Mint látható a természetes léptéknél a változó értékek közötti azonos különbségnek ugyanaz a milliméterben mért távolság felel meg. (Eszerint a 110—104 és 131—125 értékek között a távolság egyformán 5,34 milliméter; a 125—110 és 146—131 értékek között egyformán 13,35 milliméter a távolság.) A logaritmikus léptéknél viszont a milliméterben mért távolság ugyanakkora abszolút különbség-

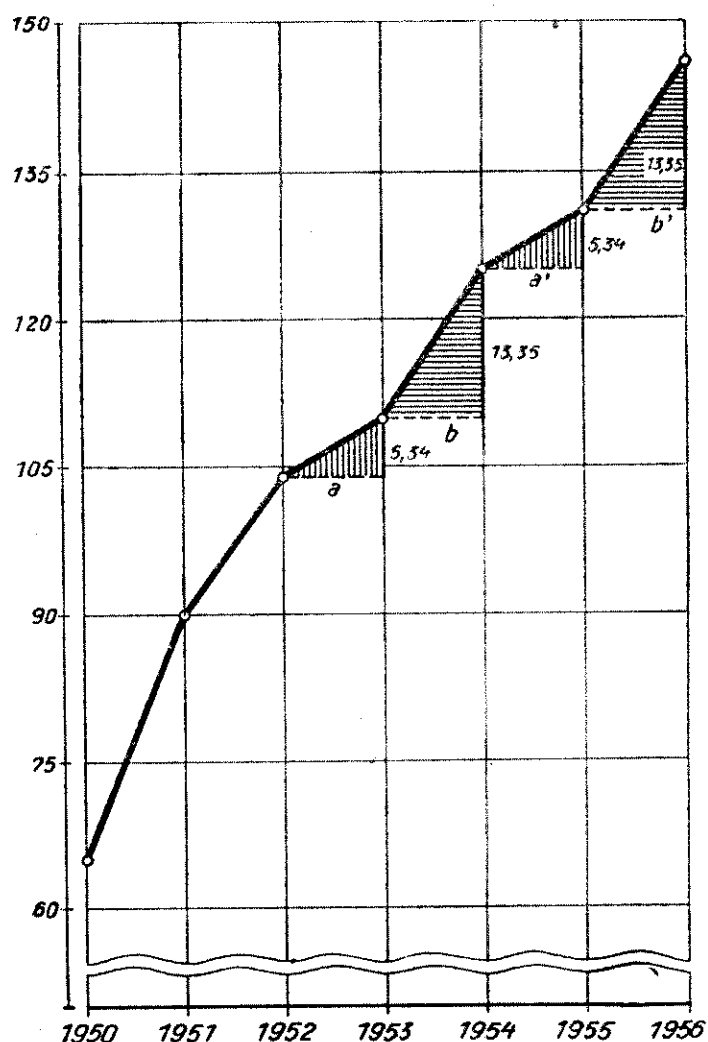
nél az eredeti értékek nagyságával csökken. (Példánkban a 146—131 értékek között 9,4, a 125—110 értékek között pedig 11,2 milliméter a távolság stb.)

3. tábla

Értékek közötti távolság	65—60	90—65	104—90	110—104	125—110	131—125	146—131
Lépték (milliméter) .							
logaritmikus	7,0	28,2	12,6	4,8	11,2	4,0	9,4
természetes*	4,45	22,25	12,46	5,34	13,35	5,34	13,35

* A természetes léptéknél a távolságokat úgy határozzuk meg milliméterben, hogy az egyes értékek távolságát (5 = 65—60; 25 = 90—65 stb.) megszorozzuk a lépték milliméterben számított összhosszúsága és a lépték minimális és maximális értéke közötti különbség arányával (például $\frac{80}{95} 5 = 4,45$).

4. ábra



Ebből következik, hogy:

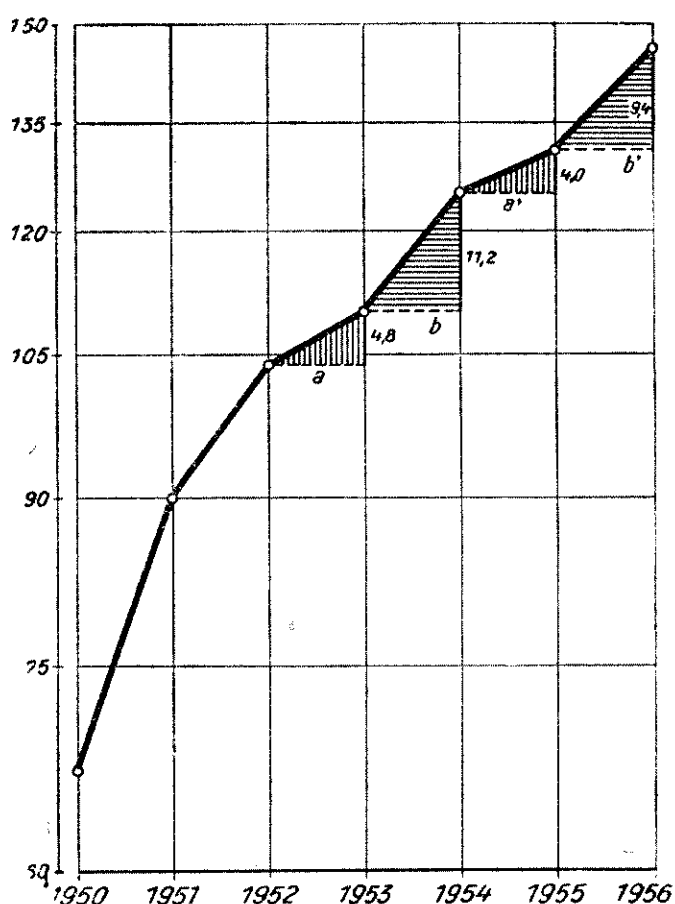
a) A logaritmikus léptékben való ábrázolás a viszonylagos növekedést tükrözi és ennek ábrázolására kell használni. Valóban, visszatérve a fenti példára, láthatjuk, hogy

$$\frac{110 - 104}{104} > \frac{131 - 125}{125}$$

és

$$\frac{125 - 110}{110} > \frac{146 - 131}{131}$$

5. ábra



azaz ugyanazon abszolút növekedésnek más és más viszonylagos növekedés felel meg. A logaritmikus lépték előnyt jelent az esetben, ha olyan jelenséget ábrázolunk, amelynél a fejlődés nagyarányú.

b) A természetes léptékben történő ábrázolás az abszolút növekedés dinamikáját tükrözi. Ennek illusztrálására kell használni.

A fentiek jól láthatók, ha összehasonlítjuk a 4. és 5. ábrán feltüntetett árnyékkolt háromszögeket.

A természetes léptékben a befogó,

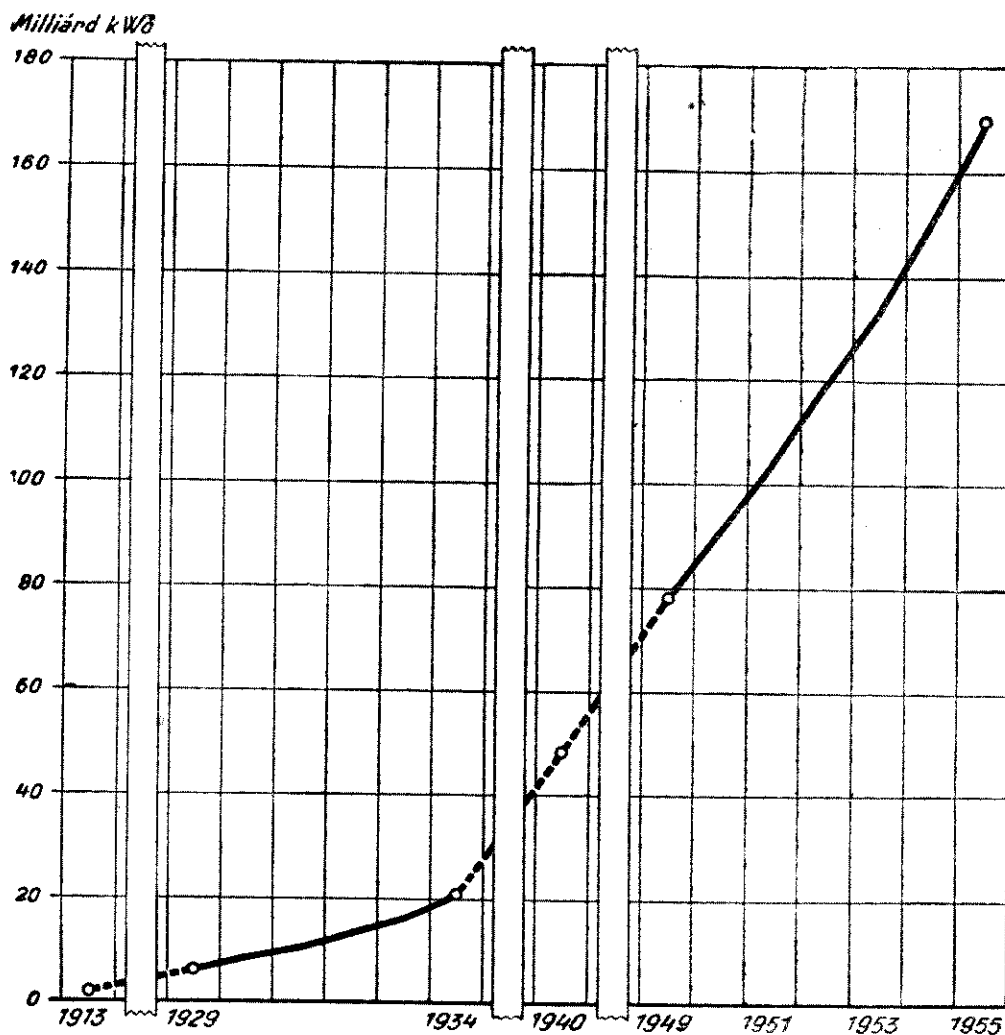
amely az a háromszög magasságát jelzi, egyenlő az a' háromszög befogójával, mert az értékek közötti távolságok egyenlők. Hasonlóképpen a b , illetve a b' háromszög magassága is egyenlő.

A logaritmikus léptékben azonban az a háromszög magassága nagyobb, mint a b' háromszögé, a b háromszög magassága nagyobb, mint a b' háromszögé, jóllehet ugyanakkora abszolút növekedésről van szó, de a viszonylagos növekedés, amelyet a logaritmikus lépték mutat, nem azonos.

egyenlő távolságra, amelyeknek magassága egyenesen arányos a változó ismerv egy időszakra vagy egy időpontra vonatkozó értékével (természetes lépték esetében).

„Szalaggal” történő ábrázolásról beszélünk, ha az oszlopok és a grafikon léptéke a vízszintes, az idő pedig a függőleges tengelyen helyezkedik el. Ez az ábrázolási mód ajánlható abban az esetben, ha az idősorok adatai egymástól távol fekvő időpontokra vagy időszakokra vonatkoznak.

6. ábra



A 4. és 5. ábrán a léptéket a grafikonon kívül helyeztük el. Véleményünk szerint így egyszerűbb és világosabb az eredeti érték ábrázolása. Egyébként semmi sem indokolja, hogy a grafikon léptékét éppen a kereten helyezzük el, ahogy azt rendszerint ajánlják. A függvényeknek grafikon útján történő ábrázolásával kapcsolatos analógia nem sokat mond, mivel az idősorokban megfigyelt változó ismérveknek nincs kimondottan függvény jellegük.

Néha az idősorok ábrázolása oszlopok segítségével történik. Ilyen esetben az időtengelyen olyan tengelyre merőleges oszlopokat szerkesztünk egymástól

D. D. Hasiganu a grafikus ábrázolással foglalkozó munkájában¹ például egy vállalat 1955. decemberi, 1956. novemberi és 1956. decemberi cukortermelési adatait ábrázolja szalagdiagrammal. A szerző szerint: „Ebben az esetben nem lehet mást alkalmazni, mint a szalagdiagramot, amely mutatja az egymástól egyenlőtlen távolságra levő három időszak termelését”. Ugyanebben a munkában azonban az alábbi, a Szovjetunió villamos-

¹ D. D. Hasiganu: Metodele reprezentării grafice a datelor statistice. (A statisztikai adatok grafikus ábrázolásának módszerei.) Editura Stiintifică, București. 1958. 119. old.

energiatermelésre vonatkozó adatokat viszont vonaldiagrammal ábrázolja a szerző. (Lásd a 6. ábrát.)

Év	Milliárd kilowattóra
1913	2,0
1929	6,2
1930	8,4
1931	10,7
1932	13,5
1933	16,4
1934	21,0
1940	48,3
1949	78,3
1950	91,2
1951	104,0
1952	119,1
1953	134,4
1954	150,6
1955	170,1

Amint látható, a görbe megszakad az 1913—1929, 1934—1940. és 1940—1949. évek között (ezekről az évekről hiányoznak az adatok).

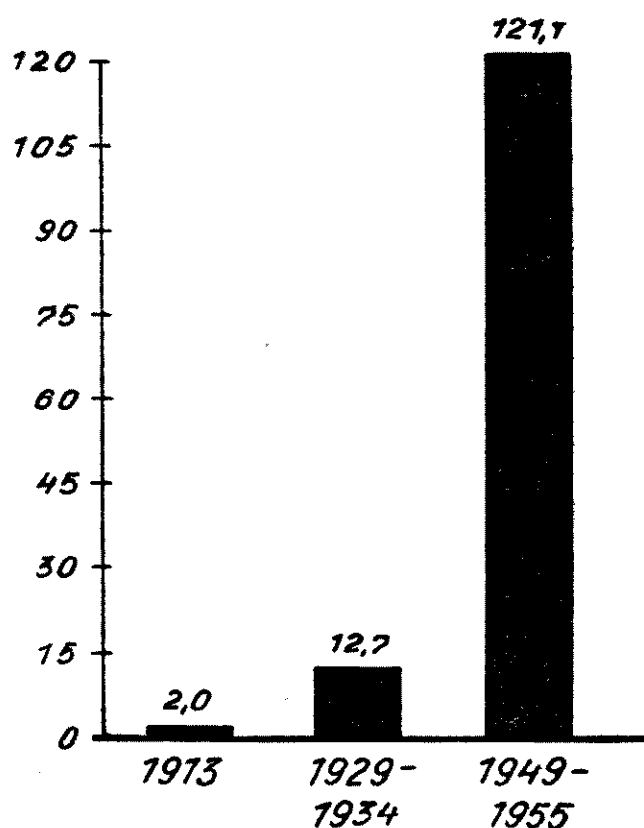
Véleményünk szerint ez az ábrázolási mód önkényes és nem felel meg a vonaldiagrammal szemben támasztott ama alapvető követelménynek, hogy ne legyen megszakítva. Egyébként a pontozott vonal iránya is önkényes (lehet, hogy a tényleges adatok más dinamikát jeleznének). Ebből kiindulva úgy gondoljuk, hogy:

a) az ábrázolásnak oszlopokkal (vagy szalagokkal) kell történnie, ha az ábrázolandó adatok nem alkotnak szabályos idősort (például az 1955. decemberi, 1956. novemberi és 1956. decemberi cukortermelés);

b) abban az esetben, ha az idősor néhány egymástól egyenlő és néhány egymástól különböző távolságra eső adatot tartalmaz, mint a Szovjetunió villamosenergiatermelésére vonatkozó előbbi idősor, akkor az adatokat szintén oszlop segítségével kell ábrázolni.

Eszerint a Szovjetunió 1913—1955. évi villamosenergiatermelésére vonatkozó fenti adatokat a következőképpen ábrázoljuk: az 1929—1934. és 1950—1955. évek adatait (amelyek szabályos idősort alkotnak) oszloppal ábrázoljuk, és pedíg oly módon, hogy kiszámítjuk az 1929—1934. és az 1949—1954. évek termelésének évi átlagát. Az 1913. évi adatot szintén oszloppal ábrázoljuk. Az időtengelyen egymástól egyenlő távolságra felállított oszlopok magasságát az időtengely bal szélén emelt merőleges egyenletes léptéken mérjük fel.

7. ábra



Ez az ábrázolási mód véleményünk szerint kifejezőbb, mint a vonaldiagrammal történő ábrázolás és megfelelő elméleti alapja is van. Az ábrázolás azon a megfontoláson alapszik, hogy az adatok a társadalmi-gazdasági fejlődés három különböző időszakára vonatkoznak: és pedíg a világháború előtti időszakra, a szocializmus gazdasági alapjai megteremtésének időszakára és a népgazdaság második világháború utáni fellendülésének időszakára.

*

Különleges probléma merül fel az egyenletes léptéknél a vonaldiagramm hajlásszögével kapcsolatban.

Rendszerint azt ajánlják, hogy a hajlásszög körülbelül 35° legyen a négyzet alakú hálózat esetén; 45° a függőlegesen nyújtott hálózat esetén és 25° a vízszintesen nyújtott hálózatnál. Ez a javaslat véleményünk szerint nem kielégítő: semmiféle elméleti alapja nincs és gyakorlatilag sem mindig valósítható meg.

Véleményünk szerint a görbe hajlásszögének a változó ismérv értékei átlagos növekedésétől kell függnie. Ténylegesen az időpontokat vagy az időszakokat jelző osztásokat az időtengelyen egymástól olyan távolságra kell elhelyezni, amely egyenlő a változó ismérv értékeinek át-

lagos növekedésével (az átlagos növekedést a legkisebb négyzetek módszerével számítva). Ha például a termelés egyik évről a másikra átlagosan 500 000 lejjel emelkedett (vagy csökkent), akkor az időtengelyen az éveket ugyanolyan távolságban kell egymástól elhelyezni, mint amekkora távolság a termelési érték tengelyen 500 000 lej növekedésnek megfelel.

Ilyenformán a vonaldiagramm hajlásszöge — véleményünk szerint — közvetlenül kapcsolódik a dinamika általános tendenciájához és helyesen ábrázolja azt.

Tegyük fel, hogy X vállalat havi termelése y év első félévében a következő:

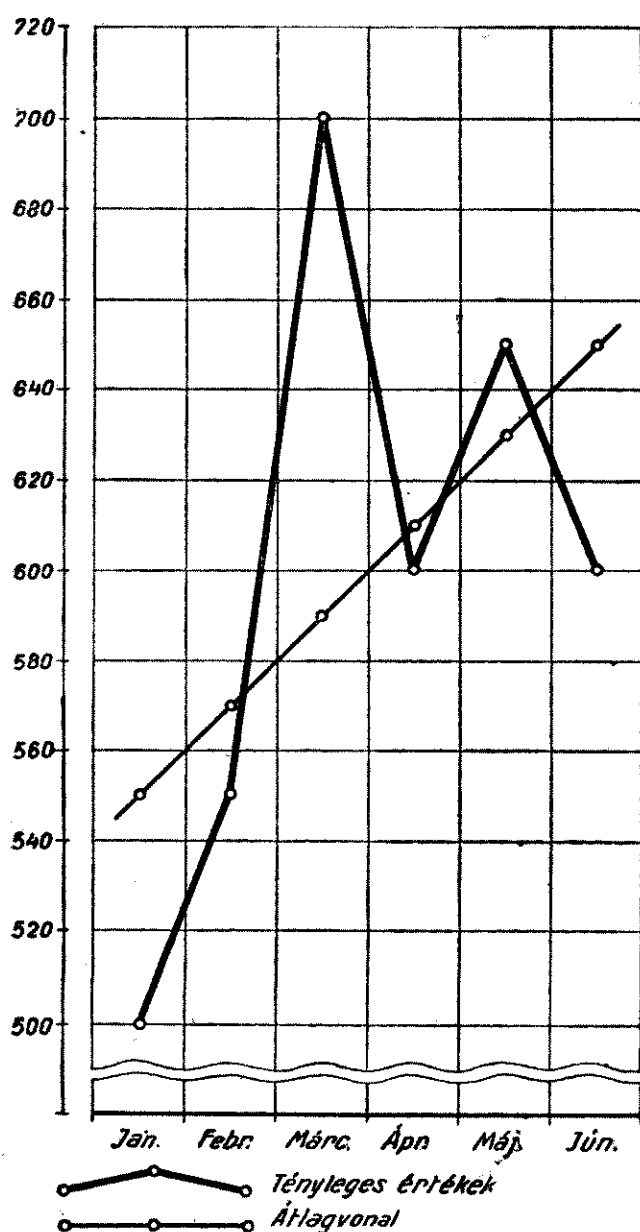
Hónap	Termelés (1000 lej)
Január	500
Február	550
Március	700
Április	600
Május	650
Június	600

Összesen 3600

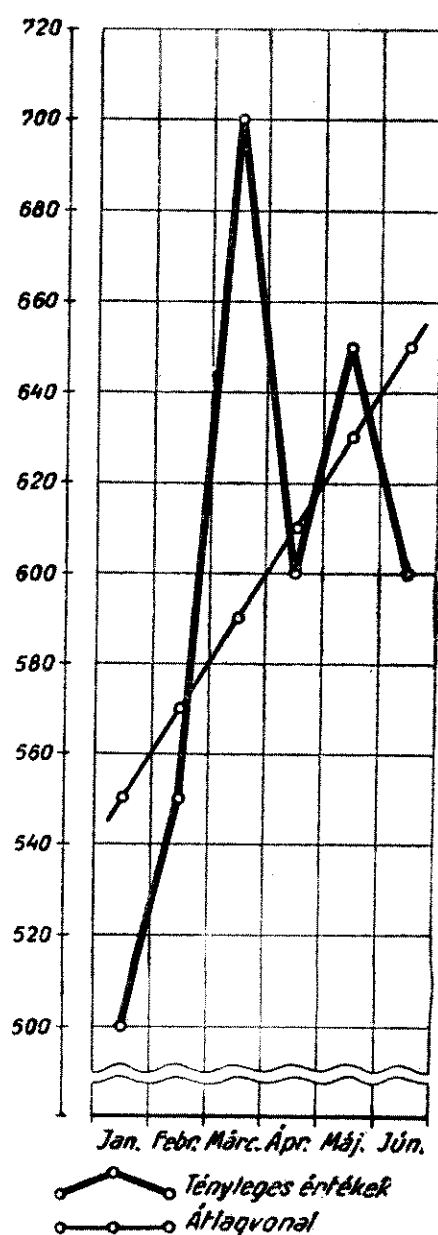
Kiszámítjuk a havi átlagos (abszolút) növekedést az $y_t = a + bt$ egyenlet segítségével, ahol a paraméterek

$$a = \frac{\sum y}{n} \text{ (havi átlag) és } b = \frac{\sum y_t}{t^2} \text{ (átlagos abszolút növekedés).}$$

8. ábra



9. ábra



4. tábla

Hónap	Termelés	t	y_t	t^2	$y_t = a + bt$
Január	300	— 2,5	— 1250	6,25	549,25
Február	550	— 1,5	— 825	2,25	569,55
Március	700	— 0,5	— 350	0,25	589,85
Április	600	+ 0,5	+ 300	0,25	610,15
Május	650	+ 0,5	+ 975	2,25	630,45
Június	600	+ 2,5	+ 1500	6,25	650,65

$$a = \frac{\sum y}{n} = \frac{3600}{6} = 600; \quad b = \frac{\sum y_t}{\sum t^2} = \frac{-2420 + 2775}{17,5} = 20,3$$

A termelés kiegyenlített értékei: 549,25; 569,55; 589,85; 610,15; 630,45; 650,55 az egyik hónapról a másikra átlagosan 20 300 lejjel növekszenek.

Ezeket az értékeket és a sor tényleges értékeit ábrázoljuk. Ha a változó ismerv szélső értékeinek távolságát 80 milliméterben állapítjuk meg, akkor az átlagos növekedésnek (20,3) a következő távolság felel meg:

$$\frac{80}{200} \cdot 20,3 = 0,4 \cdot 20,3 = 8,12 \text{ milliméter.}$$

Az időtengelyen a hónapok távolságát is 8,12 milliméternek vesszük fel.

(Lásd a 8. ábrát.)

Látható, hogy az átlagvonal alatti terület egyenlő a felette levő területtel.

Ha az időtengelyen a hónapokat egymástól nem 8,12 milliméterre, hanem mondjuk 5 milliméterre vesszük fel, akkor az átlagvonal a tényleges értékek görbéjével szemben már nem helyezkedne el központosan. A 9. ábra világosan szemlélteti ezt.

Fentiekben az egyszerű — egy változó ismervvel rendelkező — idősor grafikus ábrázolásával foglalkoztunk. Néhány elgondolás érvényes olyan két változó ismerv értékeit ábrázoló grafikonra is, melynek már más a szerkesztési módja. Az ezzel kapcsolatos kérdések azonban már külön tanulmányt igényelnek.

A nettó volumenindex számítása és alkalmazásának néhány problémája az építőanyagiparban

HUSZÁR ERNŐNÉ

A Központi Statisztikai Hivatal 1958-ban a teljes termelési érték változatlan árakon mért alakulásával párhuzamosan, iparáganként és az állami ipar tekintetében havonta folyamatosan megfigyeli a különféle megközelítő számításokon alapuló nettó volumenindex alakulását is. Az állami iparban a teljes termelési érték, valamint a nettó termelés indexe az 1954. évi százalékában 1955-től 1958-ig a következőképpen alakult.

A nettó és a teljes termelés indexe az állami iparban (1954. év = 100)

Megnevezés	1955.	1956.	1957.	1958.
	évben			
Nettó termelés indexe	107,1	97,6	110,0	126,1
Teljes termelés indexe	108,0	98,4	110,0	123,5

Az állami ipar nettó és bruttó termelési indexe között az eltérés az egyes években — 0,9 ponttól + 2,6 pontig terjed.

A nettó index alakulásának tendenciája a teljes termelési érték indexével megegyezik. Alkalmazását két körülmény teszi jogossá.

1. A nettó index a változatlan áras teljes termelési érték indexének több közismert hiányosságát nem tartalmazza;

2. A termékek áraitól jórészt függetlenített nettó index folyamatosan, az árrendezések éveiben is alkalmas arra, hogy a termelés volumenének alakulásáról megbízható képet adjon. Bár a nettó index alkalmazása esetén sem tekinthetünk el az indexszámításoknál alkalmazott súlyok időközönkénti felülvizsgálatától, a munkaráfordítások arányainak válto-