

Közzététel: 2021. július 13.

A tanulmány címe:

Életpálya-jövedelemtől függő várható élettartam és a nyugdíjrendszer

Szerző:

SIMONOVITS ANDRÁS,

a KRTK Közgazdaságtudományi Intézetének emeritus kutatója, ny. tudományos tanácsadója,

a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem professor emeritusa

E-mail: simonovits.andras@rtk.mta.hu

DOI: <https://doi.org/10.20311/stat2021.7.hu0632>

Az alábbi feltételek érvényesek minden, a Központi Statisztikai Hivatal (a továbbiakban: KSH) *Statisztikai Szemle* c. folyóiratában (a továbbiakban: Folyóirat) megjelenő tanulmányra. Felhasználó a tanulmány vagy annak részei felhasználásával egyidejűleg tudomásul veszi a jelen dokumentumban foglalt felhasználási feltételeket, és azokat magára nézve kötelezőnek fogadja el. Tudomásul veszi, hogy a jelen feltételek megszegéséből eredő valamennyi kárért felelősséggel tartozik.

1. A jogszabályi tartalom kivételével a tanulmányok a szerzői jogról szóló 1999. évi LXXVI. törvény (Szt.) szerint szerzői műnek minősülnek. A szerzői jog jogosultja a KSH.
2. A KSH földrajzi és időbeli korlátozás nélküli, nem kizárólagos, nem átadható, térítésmentes felhasználási jogot biztosít a Felhasználó részére a tanulmány vonatkozásában.
3. A felhasználási jog keretében a Felhasználó jogosult a tanulmány:
 - a) oktatási és kutatási célú felhasználására (nyilvánosságra hozatalára és továbbítására a 4. pontban foglalt kivétellel) a Folyóirat és a szerző(k) feltüntetésével;
 - b) tartalmáról összefoglaló készítésére az írott és az elektronikus médiában a Folyóirat és a szerző(k) feltüntetésével;
 - c) részletének idézésére – az átvevő mű jellege és célja által indokolt terjedelemben és az eredetihez híven – a forrás, valamint az ott megjelölt szerző(k) megnevezésével.
4. A Felhasználó nem jogosult a tanulmány továbbértékesítésére, haszonszerzési célú felhasználására. Ez a korlátozás nem érinti a tanulmány felhasználásával előállított, de az Szt. szerint önálló szerzői műnek minősülő mű ilyen célú felhasználását.
5. A tanulmány átdolgozása, újra publikálása tilos.
6. A 3. a)–c.) pontban foglaltak alapján a Folyóiratot és a szerző(ke)t az alábbiak szerint kell feltüntetni:

„*Forrás: Statisztikai Szemle* c. folyóirat 99. évfolyam 7. számában megjelent, *Simonovits András* által írt, **‘Életpálya-jövedelemtől függő várható élettartam és a nyugdíjrendszer’** című tanulmány (link csatolása)”

7. A Folyóiratban megjelenő tanulmányok kutatói véleményeket tükröznek, amelyek nem esnek szükségképpen egybe a KSH vagy a szerzők által képviselt intézmények hivatalos álláspontjával.

Simonovits András

Életpálya-jövedelemtől függő várható élettartam és a nyugdíjrendszer*

Income, life expectancy, and pension system: an introduction

SIMONOVITS ANDRÁS,

a KRTK Közgazdaságtudományi Intézetének emeritus kutatója, ny. tudományos tanácsadója,
a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem professor emeritusa
E-mail: simonovits.andras@krtk.mta.hu

A dolgozat két fő részből áll. Az empirikus rész bemutatja, hogy különböző országokban és években miként növekszik a nyugdíjazáskor várható élettartam (illetve csökken a halandóság) az életpálya-jövedelem párhuzamos növekedésével. Az elméleti rész pedig egyszerű modellszámításokkal szemlélteti, hogy milyen módon hat e tapasztalati tény a különböző típusú nyugdíjrendszerekre. A szerző fő eredménye: az elvárt méltányosság az arányos és az alapnyugdíj keverését vagy az arányos nyugdíjhoz képest degresszív rendszer alkalmazását teszi szükségessé.

KULCSSZÓ: társadalombiztosítási nyugdíjrendszer, degresszív nyugdíj, jövedelemmel csökkenő halandóság

The paper consists of two parts. The empirical part demonstrates the parallel increase of lifetime income and life expectancy in a given country and in a given year. The theoretical part illustrates with simple models the impact of this relation on various pension systems. The main result: the desirable fairness requires the mix of proportional and flat benefits, including the so-called progressive benefits.

KEYWORD: social security, progressive pensions, mortality decreasing with income

* E kutatást az NKF 129078. számú pályázata támogatta. A szerző köszönetét fejezi ki *Lackó Máriának* (KRTK [Közgazdaság- és Regionális Tudományi Kutatóközpont] Közgazdaságtudományi Intézet) és a tanulmány névtelen lektorának értékes megjegyzéseiért.

A nyugdíjrendszereknek két alapfeladatuk van: 1. az idősödés miatt kieső jövedelem pótlása, illetve 2. az időskori szegénység gyakoriságának és mélységének csökkentése. A kormányzat elvben az egyénekre bízhatná az 1. feladatot, de a gyakori „rövidlátás” miatt kényszermegtakarításra kell kötelezni a dolgozókat. Az időskori élettartam-kockázat miatt pedig *életjáradékot* kell biztosítani, mégpedig *uniszex és abszolút vagy relatív értéktartó* életjáradékot. (Abszolút értéktartás esetén a fogyasztói áremelkedést kell semlegesíteni, relatív értéktartásnál pedig a nominális béremelkedést.) Különböző okok miatt a piacokon létező magán-életjáradékok drágák, ezért szükség van egy *társadalombiztosítási (tb-) nyugdíjrendszerre*. A 2. feladatot a nyugdíjrendszeren kívül is meg lehetne oldani, de egyszerűbb a nyugdíjrendszeren belül kezelni. A hagyományos nyugdíjirodalom feltette, hogy a születéskor vagy nyugdíjazáskor várható élettartam, azaz adott életkorban a halandóság független a jövedelemtől, így a nyugdíjképlet degresszivitásával, azaz a keresetek beszámításának csökkenő mértékével azonosították a nyugdíjséma újraelosztási mértékét.

Újabban itthon és külföldön is egyre nagyobb figyelmet kap, hogy különböző országokban és különböző években a nyugdíjazáskor várható élettartam, különösen a férfiaké az életpálya-jövedelemmel párhuzamosan növekszik – azaz a korszpecifikus halandóság csökken (például *Molnár D.–Hollósné Marosi* [2015], *National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine* [2015], *Chetty et al.* [2016], *Biró et al.* [2021]). Érdekes módon egyes nyugdíjtervezők már korábban is figyelembe vették e jelenséget, de újabban még inkább ezt teszik (*Liebmann* [2002]; *Banyár–Mészáros* [2003]; *Whitehouse–Zaidi* [2008]; *Breyer–Hupfeld* [2009]; *Fehr–Kallweit–Kindermann* [2013]; *Auerbach et al.* [2017]; *Ayuso–Bravo–Holzmann* [2017]; *Pestieau–Ponthiere* [2016]; *Sánchez–Romero–Prskawetz* [2017]; *Simonovits* [2017a], [2017b], [2018b]; *Holzmann et al.* [2020b]). Például *Banyár–Mészáros* ([2003] 111–112. old.) szerint a rosszabb anyagi helyzetűektől áramlik szisztematikusan tőke a jobb anyagi helyzetűek felé, mert az anyagi helyzet jól korrelál a várható hátralevő élettartammal, de ezt a faktort nem veszik figyelembe a járadékok díjának megállapításakor. Vagyis a biztosításmatematikailag korrektnek számolt díjak valójában nem is korrektek.

Jelen bevezetésben csak egy nemzetközi és egy hazai tanulmányt ismertetünk érdemben. *Chetty et al.* [2016] dolgozatából az Egyesült Államokra, a 2001 és 2014 közötti időszakra vonatkozó két fő eredményt idézünk. Először, a magasabb jövedelem az egész jövedelemeloszlásban hosszabb várható élettartammal párosult. Az első (leggazdagabb 1 százalék) és az utolsó percentilis (legszegényebb 1 százalék) közötti várható rés 14,6 év volt a férfiaknál (95 százalékos megbízhatósági intervallummal

14,4–14,8 évre), és 10,1 év a nőknél (9,9–10,3 éves intervallummal). Másodsor, az egyenlőtlenség időben növekedett. 2001 és 2014 között a várható élettartam a felső 5 százalékban 2,34 évvel nőtt a férfiaknál és 2,91 évvel a nőknél, de csak 0,32 évvel a férfiak és 0,04 évvel a nők legalsó 5 százalékában. Figyelmeztetjük az Olvasót, hogy a statisztikai kapcsolás nagyon bizonytalan és csak elemzésre alkalmas. Érdekes, hogy a témával foglalkozó tanulmányok jelentős része elrejtje az élet-pálya-jövedelmet a percentilisek mögött.

Bíró et al. [2021] részletes magyar adminisztratív adatok alapján elemezték a várható élettartam jövedelemfüggését. Huszadokra bontották a magyar népességet, és a 45 éves korban várható hátralevő élettartam-különbségeket elemezték. 2016-ban a nők esetén a legfelső és a legalsó huszad közti rés 4,6 év volt (37,4 vs. 32,8 év), míg a férfiaknál 6,9 év (32,7 vs. 25,8 év). Középen a különbségek kisebbnek bizonyultak: az 5. és a 15. női huszad tekintetében csak 0,8 év, míg a férfiaknál 1,8 év. Miközben az átlagos várható élettartam emelkedett, az előbbi rések is nőttek. 1991–1996-ról 2011–2016-ra a férfi és a női átlag 3–4 évvel nagyobb lett. Minden huszadra hasonló folyamat zajlott le, de a közöttük levő különbségek is növekedtek: nőknél például a legfelső és a legalsó huszad esetén 2,4 évről (1991–1996) 4,6 évre (2011–2016), férfiaknál 5,8 évről 6,9 évre. (A lakóhely szerinti különbségeket és az egészségügyi okokat mellőzzük.)

Ezen a ponton két fontos kitérőt kell tennünk. 1. A tanulmányban mindvégig egy képzeletbeli országról és képzeletbeli évről beszélünk, tehát elhanyagoljuk a várható élettartam–életpálya-jövedelem-kapcsolat időbeli fejlődését (vö. *Preston* [1975]). 2. Egyoldalúan csak az életpálya-jövedelem–várható élettartam-kapcsolatra összpontosítjuk figyelmünket, holott jól ismert, hogy a jövedelem mellett az iskolai végzettség is jelentősen befolyásolja a várható élettartamot (*Caldwell* [1986], *Klinger* [2001] stb.). Ennek figyelembevételét megnehezíti, hogy az iskolai végzettség és a jövedelem erősen (illetve pozitívan) korrelál, valamint a korreláció erőssége országonként és időszakonként változik.

Dolgozatunkban az életpálya-jövedelemmel párhuzamosan emelkedő várható élettartamot szem előtt tartva, bevezető szinten újra értékelünk három nyugdíjrendszer-típust: a keresetarányost, az alapot és a keveréket. Közérthetőségre törekedve, a lehető legegyszerűbb egyenletekre támaszkodunk, s főleg táblázatokban mutatjuk be eredményeinket. Az alapul szolgáló bonyolultabb vagy nélkülözhető képleteket a Függelék F1. Számítási mellékletek részében adjuk meg (vö. *Simonovits* [2016], [2018b]).

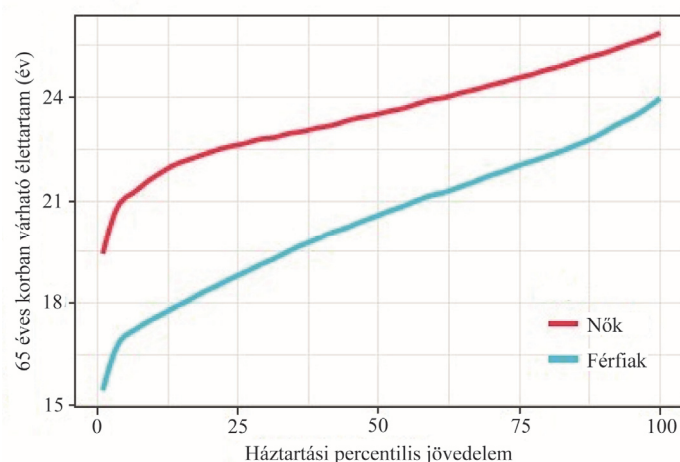
Az 1. fejezetben folytatjuk az ismertetést, illetve néhány további fontosabb külföldi és hazai empirikus eredményt idézünk a jövedelemfüggő halandóságról. A modellezésben elszakadunk a konkrét országok konkrét rendszereitől, és elvontan vizsgálódunk. A 2. fejezetben elosztási szempontokból a legegyszerűbb modelleszaládban mutatjuk be a nyugdíjrendszer-típusokat, homogén várható élettartamokra. A 3. fejezetben megismételjük a számításokat heterogén várható élettartamokra, a 4.-ben pedig

további három kérdést elemzünk. Az F1. függelékben kifejtjük a fő szövegben kihagyott számítási részleteket, míg az F2. függelékben *Holzmann et al.* [2020a] néhány számítását vázoljuk fel.

1. Empirikus megfigyelések

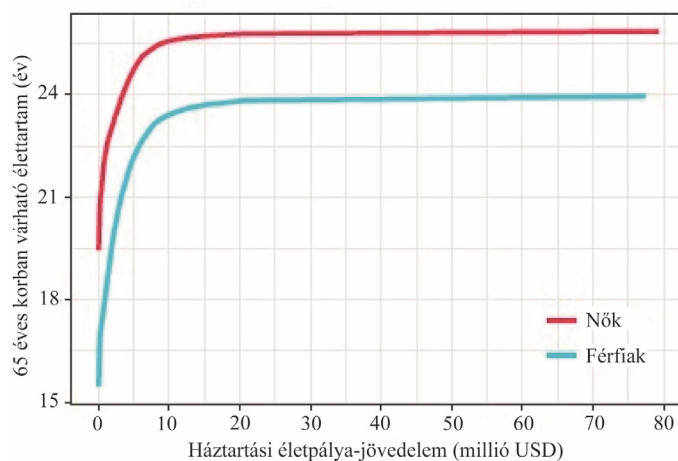
Az utóbbi évtizedben egyre nagyobb figyelmet kap, hogy a nyugdíjazáskor (például a 65 éves korban) várható élettartam adott országban és időszakban növekvő függvénye az életpálya-jövedelemnek. Ezt elemezték *Holzmann et al.* [2020b] is az Egyesült Államok és Nagy-Britannia példáján. Természetesen nagyon durva becsléseket használnak a szerzők, és csak a tendenciákat mutatják meg. Erre a célra kétféle ábra készíthető: független változójuk vagy a relatív, vagy az abszolút háztartási életpálya-jövedelem (természetesen férfi/női bontásban), függő változójuk pedig a 65 éves korban feltételes várható élettartam. Az 1. és a 2. ábra amerikai adatokon alapul (*Chetty et al.* [2016]). Az előbbi bemutatja, hogy 65 évesen a legszegényebb percentilist (1 százalékot) képező amerikai férfiak még 15 évet, a leggazdagabb percentilis tagjai 24 évet élnek 65 éven túl; nőkre a megfelelő mutatók kb. 19,5, illetve 25 év. Az egyenlőtlen jövedelemeloszlás miatt a 2. ábrán az abszolút jövedelmen alapuló görbe összenyomott, de a relatív jövedelemmel ellentétben szemlélteti az egyenlőtlenségek növekedését.

1. ábra. Várható élettartam vs. háztartási percentilis jövedelem az Egyesült Államokban, 2001–2014 (Life expectancy vs. household income percentile in the United States, 2001–2014)



Forrás: *Chetty et al.* ([2016] 2. ábra).

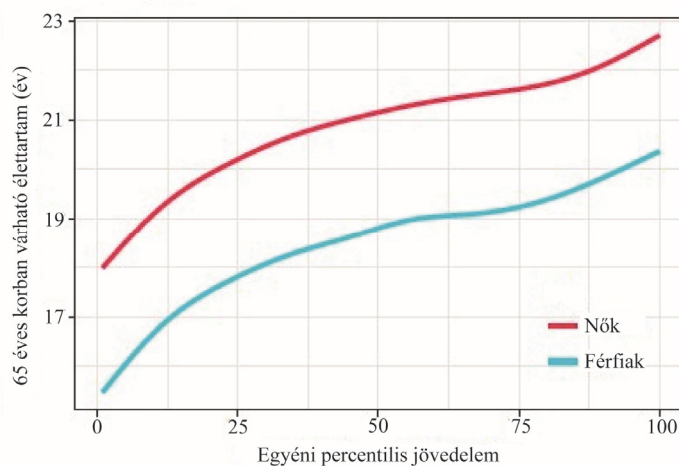
2. ábra. Várható élettartam vs. háztartási életpálya-jövedelem az Egyesült Államokban, 2001–2014 (millió USD)
(Life expectancy vs. household lifetime income in the United States, 2001–2014 [million USD])



Forrás: Chetty et al. [2016] alapján Holzmann et al. ([2020b] 14.2. ábra).

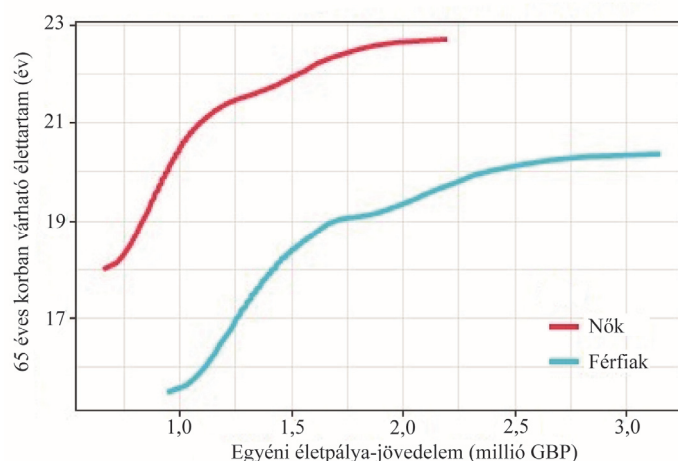
A 3. és a 4. ábra angol és walesi adatokon alapul. A 3. ábra bemutatja, hogy 65 éves korban a legszegényebb férfiak még 15 évet, a leggazdagabbak 20 évet élnek, nőkre a megfelelő mutatók kb. 18, illetve 23 év. A 4. ábra sokkal szűkebb jövedelmi szakaszra épül, emiatt grafikusan kevésbé összenyomott.

3. ábra. Várható élettartam vs. egyéni percentilis jövedelem az Egyesült Királyságban, 2014
(Life expectancy vs. individual income percentile in the United Kingdom, 2014)



Forrás: Holzmann et al. ([2020b] 14.3. a) ábra).

4. ábra. Várható élettartam vs. egyéni életpálya-jövedelem az Egyesült Királyságban, 2014 (millió GBP)
(Life expectancy vs. individual lifetime income in the United Kingdom, 2014 [million GBP])



Forrás: Holzmann et al. ([2020b] 14.3. b) ábra).

Hogyan hat ez a kapcsolat az eszmei nyugdíjszámlára? Emlékeztetünk arra, hogy az eszmei nyugdíjszámlás rendszerben – legalábbis közelítőleg – minden évjárat minden tagja várható értékben azt kapja életpálya-járadékként, amennyit életpályája során járulékként befizetett. (Ez a rendszer bonyolultabb, de logikusabb, mint például a nálunk is alkalmazott nyugdíjképlet.) Emellett az évjáratok tagjai a korlátok között szabadon választhatják nyugdíjazásuk idejét, mert az – szintén közelítőleg – nem módosítja az életpálya-egyenleget. Ha azonban az egyes évjáratokon belül nagy és növekvő a halandóság, akkor adott korhatár esetén is a tehetősebbek nyernek, a többiek veszítenek. A képletek egyszerűsítését és bemutatását későbbre halasztjuk; itt megelégszünk a fő empirikus eredmények taglalásával:

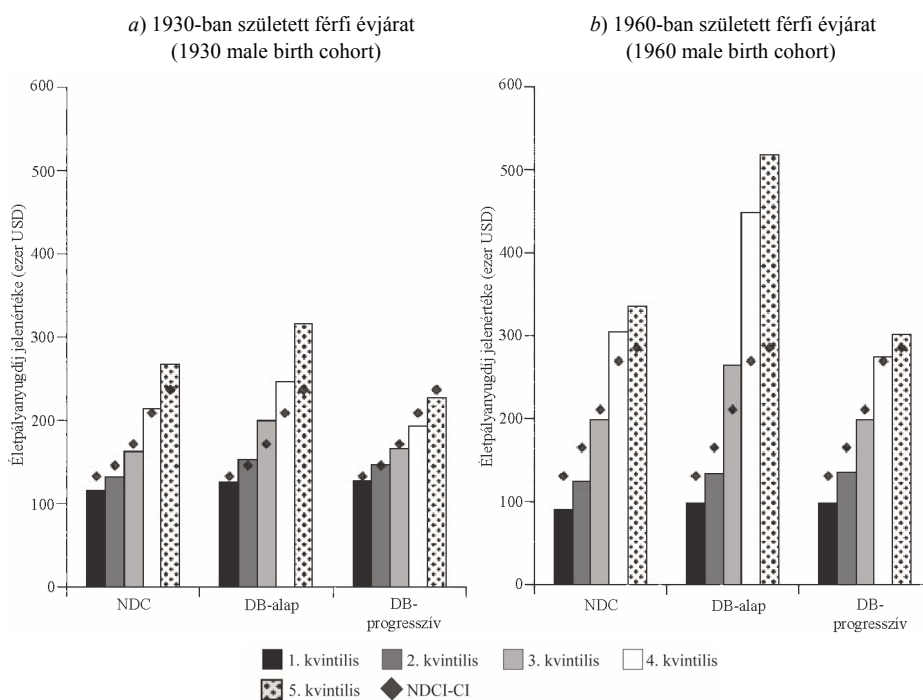
– Az unisex, eszmei számlás (nonfinancial defined contribution, NDC) életjáradék esetén az Egyesült Államokban minden nő nyer a rendszeren a 12. percentilistól fölfelé, és minden férfi veszít a 73. percentilistól lefelé. (Anglia és Wales megfelelő kritikus értékei 16 és 73.)

– Amerikában a legalsó férfi percentilis 30 százalék különadót „fizet”, míg a nők 18 százalékos támogatást is nyerhetnek – részletesebb magyarázatot a 3.1. pontban adunk. (Anglia és Wales megfelelő értékei 20, illetve 15 százalék.)

– A legalsó férfi és női tized tagjai mindkét országban veszítenek, és ez csökkenti a formális munkában való részvételt.

Lee–Sánchez-Romero ([2020] 12.3. ábra) amerikai adatokat mérlegelve tekintik át a várható élettartam heterogenitásának hatását a nyugdíjsémákra. Az 1930-ban és 1960-ban született férfi évjáratok öt kvintilisre bontott halandósági adataira támaszkodva, négy nyugdíjsémát hasonlítanak össze: NDC, DB-alap (defined benefit – járulékalapú nyugdíj), DB-degresszív és DC (defined contribution – halandóság-specifikus járulékalapú befizetés). A DB figyelmen kívül hagyja a befizetéseket. Az 5. a) és b) ábrák függőleges tengelyén mai ezer USD-ban van megadva a jelenérték, NDC, DB-alap, DB-progresszív és NDC-CI- (évjáratkvintilistől függő eszmei számlás) specifikus jelzéssel, Q1–Q5 kvintilisre. A jobb érthetőség kedvéért részletesebben idézzük a szerzők magyarázatát (*Lee–Sánchez-Romero* [2020] 270–271. old.).

5. ábra. Életpályanyugdíjak jelenértéke két férfi évjáratra, négy sémánál az Egyesült Államokban (Present value of life-time pension benefits for two US birth cohorts for men and four schemes)



Forrás: *Lee–Sánchez-Romero* ([2020] 12.3. ábra).

1930-ra a DB-degresszív séma adja a legkisebb jelenérték-különbséget Q5 és Q1 között: $(228 - 127 =) 101$ ezer USD. Alig marad el tőle az NDC-CI: $(237 - 133 =) 104$ ezer USD. A legnagyobb különbség a DB-alap esetén tapasztalható: $(316 - 126 =) 190$ ezer USD, s ezt követi az NDC: $(267 - 116 =) 151$ ezer USD.

A várható élettartamok közti rés tágulása miatt az 1960-as évjáratra a különbségek nagyobbá válnak: a DB-alapban duplájára nő az eltérés, az NDC-ben 50 százalékkal emelkedik, végül a degresszívnek szánt rendszerek sem degresszívek: a DB-degresszívben $(302 - 99 =)$ 203 ezer USD, az NDC-IC-ben $(285 - 131 =)$ 154 ezer USD a rés nagysága.

A nemzetközi példák után még egy hazai tanulmányt idézünk röviden. *Molnár D.–Hollósné Marosi* [2015] az öregségi nyugdíjasok várható élettartalmát több szempontból vizsgálták. Az 1. táblázatunkban növekvő nyugdíj szerint négy negyedre osztjuk a 2012-ben elhunyt magyar férfi nyugdíjasokat, és 100-nak vesszük az utolsó évi átlagos nyugdíjukat. Például a legszegényebb férfi nyugdíjas negyed (az átlagnyugdíj 62 százalékából) csak 17 évet él 60 éves kora után, míg a leggazdagabb negyed (az átlagnyugdíj 152 százalékából) 21 évet. Nőknél alig van különbség, ezért az ikertáblázatot nem ismertetjük. (Frissebb adatokat dolgoz föl *Marosi–Molnár D.* [2018]).

1. táblázat

Nyugdíj és a 60 évesen várható élettartam, magyar férfiak, 2012
(Pension benefits and life expectancy at age 60, Hungarian males, 2012)

Nyugdíjosztály	Relatív nyugdíj	Várható élettartam (év)
1	61,9	17,1
2	81,1	18,3
3	105,0	19,5
4	152,0	21,1
Utolsó évi átlagos nyugdíj	100,0	19,0

Forrás: Molnár D.–Hollósné Marosi ([2015] 1. és 2. táblázatok) alapján *Simonovits* ([2017b] 1. táblázat).

Nyilvánvaló, hogy a nyugdíjrendszer szempontjából fontosak a korai és időskori halálozások különbségei. Hogyan alakultak e különbségek Európában a 2001 és 2010 közötti időszakban? Ezt elemezte *Lackó* [2020] ökonometriaival eszközökkel, aki az itt górcső alá vett jövedelmi hatások mellett egyéb hatásokat is tanulmányozott, például a szennyezett levegő által okozott halandóságot.

Viszonylag rövid empirikus ismertetés után a következőkben tüzetesebben megvizsgáljuk a jövedelemfüggő halandóság és a várható élettartam hatását a nyugdíjrendszerre. Az indexálás tárgyalását leszámítva, eltekintünk a reálbérek növekedésétől.

2. Jövedelemtől független várható élettartam

Részben a hagyományos elemzések bírálataként, részben a különbségek „kidomborítása” végett az elemzést a jövedelemtől független várható élettartamokkal kezdjük.

2.1. Alapmodell

Először az alapmodellt vázoljuk fel: a w szuperbruttó keresetű dolgozó biztosan megéri a nyugdíjkorhatárt (szolgálati ideje 1 egység, mondjuk 40 év) és átlagosan még m hosszúságú időt él (például $m = 1/2$, mondjuk 20 évet). De a véletlen miatt $1/2$ – $1/2$ valószínűséggel meghal m előtt/után x idővel: $0 < x < m < 1$ (például $x = 1/4$, azaz 10 évvel). Tehát a nyugdíjasok egyik fele $m - x > 0$, a másik fele $m + x > 0$ ideig kap járadékot.

Az életbiztosítás alapképlete szerint a w szuperbruttó kereset után t járulékkulcs szerint fizetett járulék m időre elosztva:

$$b = \frac{tw}{m} \quad (1)$$

járadékot nyújt. (A valóságban a legtöbb nyugdíjrendszerben a járulékkulcs ketté van osztva munkavállalói és munkáltatói járulékra [újabb hazai nevén szochóra]. A másodikat levonva a szuperbruttóból kapjuk a nettó keresetet, amelyből az elsőt levonva adódik a nettó kereset – feltéve, hogy nincs szja [személyi jövedelemadó].)

Mekkora járulékkulcsra van szükség ahhoz, hogy a járadék a nettó kereset β -szorososa legyen, ahol $0 < \beta \leq 1$ a helyettesítési arány? Képletben:

$$\beta(1 - t)w = b. \quad (2)$$

(1)-et behelyettesítve (2)-be az egyensúlyi járulékkulcs adódik:

$$t^* = \frac{\beta}{\beta + m^{-1}}. \quad (3)$$

1. példa. $m = 1/2$ és $\beta = 2/3$ esetén $t^* = 1/4 = 0,25$; azaz $w = 1$ esetén a nettó kereset $0,75$; a célnyugdíj: $b^* = (2/3) \cdot (3/4) = 1/2 = 0,5$.

Az egyszerűség kedvéért a tanulmányban általában eltekintünk az élettartam-kockázattól. Három tb-nyugdíjtípust vizsgálunk (modelljeiket később ismertetjük). Közelítő példákkal élünk:

- keresetarányos nyugdíj (például Németország, Svédország és közelítőleg a mai Magyarország);
- alapnyugdíj (például Nagy-Britannia, Dánia és Csehország);
- kevert (degresszív) nyugdíj (például az Egyesült Államok és Magyarország 1998 előtt).

A tanulmány zömében kétfajta szuperbruttó keresetet tételezünk föl, a kis (w_L) és a nagy keresetet (w_H), a népességbeli súlyuk pedig f_L és f_H . Az időben változatlan átlagkereset egységnyi:

$$f_L w_L + f_H w_H = 1.$$

E fejezet végéig zsinórmértékként a jövedelemtől független várható élettartam esetét tanulmányozzuk. A számolást egyszerűsítendő, nettó helyett szuperbruttó (γ) helyettesítéssel számolunk, legfeljebb a számolás végén nettósítunk.

2.2. (Kereset)arányos nyugdíj

Először a klasszikus példát vizsgáljuk: az élettartam független a heterogén jövedelemtől, és a nyugdíj a keresettel arányos. A (kereset)arányos nyugdíj képlete:

$$b_L = \gamma w_L \text{ és } b_H = \gamma w_H. \quad (4)$$

Szükségünk lesz az egyéni egyenlegekre, amelyek a befizetések és a kifizetések különbségei:

$$z_i = t w_i - m b_i = (t - m \gamma) w_i, \quad i = L, H. \quad (5)$$

Az átlagegyenleg:

$$Z = f_L z_L + f_H z_H. \quad (6)$$

A rendszer pontosan akkor van egyensúlyban ($Z = 0$), ha a járulékkulcsra teljesül:

$$t^* = m\gamma. \quad (7)$$

Az (5) értelmében a rendszer semleges, azaz mindkét egyéni egyenleg is 0:

$$z_L^* = 0 = z_H^*. \quad (8)$$

A következőben egy újabb példát mutatunk be.

2. példa. Kétfajta szuperbruttó kereset értéke rendre $w_L = 1/2$ (kis kereset) és $w_H = 2$ (nagy kereset). Mivel sokkal több kiskeresetű van, mint nagykeresetű, modellünkben a választott népességi súlyok a következők: $f_L = 2/3$ és $f_H = 1/3$. Átlagban $m = 1/2$, $\gamma = 1/2$, azaz $t^* = 1/4$ (egyensúlyi járulékkulcs), a nettó helyettesítés $\beta = 2/3$. (Kitérő: lehetne az 1. táblázatból származó, valószínűségi 4-osztályos eloszlással dolgozni, de egyrészt az is elavult, másrészt nem azonos bemenő korosztályokra vonatkozik, ezért torzít.)

2. táblázat

Jövedelemtől független várható élettartam – arányos nyugdíj
(Income-independent life expectancy – proportional pension)

Típus	Szuperbruttó bér	Nettó bér	Nyugdíj	Egyenleg
Alacsony	0,5	0,375	0,25	0
Magas	2,0	1,500	1,00	0
Átlag	1,0	0,750	0,50	0

A továbbiakban a nettó kereseteket nem tüntetjük föl.

2.3. Alapnyugdíj

A klasszikus modellek tárgyalását most az alapnyugdíjjal folytatjuk:

$$b_L = b_H = \gamma. \quad (4')$$

Az egyéni egyenlegek képlete változik:

$$z_i = tw_i - m\gamma, \quad i = L, H. \quad (5')$$

Behelyettesítve (5')-t $Z = 0$ -ba, újból (7) adódik. Az eredményt visszahelyettesítve (5')-be:

$$z_i^* = t^*(w_i - 1), \quad i = L, H. \quad (8')$$

Nem meglepő, hogy a rendszer nem semleges: a kiskeresetűek nyernek, a nagykeresetűek veszítenek rajta.

2. példa folytatása. $\gamma = 1/2$. A 3. táblázat közli a kimeneteket. Az egyéni egyenlegek az átlagbér arányában $-0,125$, illetve $0,250$.

3. táblázat

Jövedelemtől független várható élettartam – alapnyugdíj
(Income-independent life expectancy – basic pension)

Típus	Szuperbruttó bér	Nyugdíj	Egyenleg
Alacsony	0,5	0,5	-0,125
Magas	2,0	0,5	0,250
Átlag	1,0	0,5	0,000

2.4. Kevert nyugdíj

A klasszikus modellek elemzését a kevert nyugdíjjal fejezzük be. Itt a nyugdíj két, ($0 \leq \alpha \leq 1$ súllyal) a keresetarányos és ($1 - \alpha$ súllyal) az állandó részből áll. Képletben:

$$b_i = \gamma \left[\alpha w_i + (1 - \alpha) \right], \quad i = L, H. \quad (4'')$$

(Kitérő: természetesen $\alpha = 1$ esetben visszkapjuk az arányos nyugdíjat, $\alpha = 0$ esetben pedig az alapnyugdíjat.)

Az F1. függelékben elvégzett számításokból látható, hogy az aggregált egyensúly feltétele most is $t^* = m\gamma$, az egyéni egyenlegek viszont arányosan zsugorodnak az alapnyugdíjéhez képest:

$$z_i^* = (1 - \alpha)t^*(w_i - 1), \quad i = L, H. \quad (8'')$$

2. példa folytatása. $\gamma = 0,5$ és $\alpha = 0,5$. A 4. táblázatban megadjuk a kevert nyugdíjrendszer kimeneteit.

4. táblázat

Jövedelemtől független várható élettartam – kevert nyugdíj
(Income-independent life expectancy – mixed pension)

Típus	Szuperbruttó bér	Nyugdíj	Egyenleg
Alacsony	0,5	0,375	-0,0625
Magas	2,0	0,750	0,1250
Átlag	1,0	0,500	0,0000

Kitérő: a valóságos nyugdíjrendszerek jelentős részében a nyugdíjat nem az arányos és az alapnyugdíj keveréke adja, hanem az ún. degresszió. A legegyszerűbb, kétrészes esetben a képlet a következő:

$$b(w) = \begin{cases} \gamma_1 w, & \text{ha } 0 \leq w \leq w^*; \\ \gamma_1^* + \gamma_2 (w - w^*), & \text{ha } w > w^*, \end{cases}$$

ahol $0 < \gamma_2 < \gamma_1$ a két degressziós együttható, és w^* a degressziós küszöb. Ha nettó kereseten alapul a nyugdíj (mint nálunk), akkor a két mutató kombinálja a tiszta degressziót és a progresszív szja hatását.

Egyébként a korábbi tervekkel ellentétben hazánkban 2013 után is megmaradt két degressziós sáv, jelenleg még relatíve magas küszöbökkel és enyhe degresszióval (csak a nyugdíjalap 372 ezer Ft/hó fölötti részét érintő 10 százalékos, majd 421 ezer Ft/hó fölött 20 százalékos levonással). Szakaszonként lineáris függvényekkel eléggé bonyolult számolni, ezért a továbbiakban is kevert nyugdíjjal közelítjük őket. *Disney* [2004] empirikusan vizsgálta, hogy mennyire közelíthetők a valóságos nyugdíjrendszerek a (4"-beli keverékekkel.

2013 óta Magyarországon megszűnt a járulékalap-plafon, de évenkénti érvényesülése miatt még évtizedekig tart, amíg hatása ki nem fut. Általános elfogadottsága miatt a plafon hatását egy érett degresszív rendszerben körvonalazzuk. A $w^* < \bar{w}$ jelöléssel élve,

$$b(w) = \begin{cases} \gamma_1 w, & \text{ha } 0 \leq w \leq w^*; \\ \gamma_1 w^* + \gamma_2 (w - w^*), & \text{ha } w^* < w \leq \bar{w}; \\ \gamma_1 w^* + \gamma_2 (\bar{w} - w^*), & \text{ha } w > \bar{w}. \end{cases}$$

Az 5. táblázatban megadjuk az amerikai tb-nyugdíjrendszer 2021-es degressziós paramétereit a teljes járadékot nyújtó korhatár esetére. A plafon értéke majdnem 12-szerese az első sávhatárnak, de a maximális nyugdíj kb. csak a 4-szerese.

5. táblázat

Degresszív tb-járadék (havi érték) az Egyesült Államokban, 2021
(Progressive social security benefit [monthly value] in the United States, 2021)

Sávhatár (USD)	Sávos degressziós kulcs	Nyugdíj (USD)
1 000	0,90	900
6 000	0,35	2 650
11 900	0,15	3 535

3. Jövedelemtől függő várható élettartam

Ebben a fejezetben megismételjük a korábbi számításainkat, de figyelembe vesszük a várható élettartam függését a jövedelemtől (*Simonovits* [2017b], [2018b] 9.3. fejezet F. függelék). Bevezetjük a jövedelemtől függő várható nyugdíjélettartamokat:

$$m_L < m < m_H, \quad f_L m_L + f_H m_H = m.$$

3.1. Arányos nyugdíj

Visszatérünk a (4) nyugdíjképlethez. Az (5) egyéni egyenlegek most módosulnak:

$$z_i = tw_i - m_i b_i = (t - m_i \gamma) w_i, \quad i = L, H. \quad (9)$$

Ismét naivan $t^* = m\gamma$ -val számolva,

$$z_L^* = (m - m_L) \gamma w_L > 0 > (m - m_H) \gamma w_H.$$

3. *példa.* $m_L = 0,45$, $m_H = 0,6$; évben számolva 18 vs. 24 év; súlyozott átlaguk 20 év.

A 6. táblázatból kiderül, hogy a homogénnek tekintett rendszer veszteséges: $Z < 0$, ezért a tényleges egyensúlyi járulékkulcsot emelni kell (0,25-ről 0,34-ra), és a fordított irányú újraelosztás (szegénytől a gazdagnak) erősödik: $z_L > 0 > z_H$.

6. táblázat

Jövedelemtől függő várható élettartam – arányos nyugdíj
(Income-dependent life expectancy – proportional pension)

Tipus	Szuperbruttó bér	Nyugdíj	Egyenleg
Alacsony	0,5	0,25	0,01
Magas	2,0	1,00	-0,10
Átlag	1,0	0,50	-0,09

A semlegességet az (1) következő módosításával megvalósíthatnánk:

$$b'_i = \frac{tw_i}{m_i}, \quad i = L, H. \quad (1')$$

Ez a megoldás azonban politikailag megvalósíthatatlan; és reális esetben, ahol sokféle altípust sorolnak be egy-egy fő típusba, a választópont körül indokolatlan ugrás keletkezne. Például kétosztályos rendszerünkben az éppen átlag alattiak L -be, az éppen átlag fölöttiek H -ba kerülnek, és életjáradékuk számításakor (1')-ben 0,45-dal, illetve 0,60-dal osztnak. Finomabb osztályozásnál természetesen csökken az ugrás, de megbízhatatlanabbá válik az $m(w)$ becslése.

Kitérő: most röviden felvázoljuk a bevezetésben említett, *Holzmann et al.* [2020a] által definiált különadót és támogatást, azaz *eltérítést*, jele itt d . Jelentése: mennyivel kellene eltéríteni a járulékkulcsot ahhoz, hogy az (1)-beli hagyományos járadék megegyezzen az (1')-beli semleges járadékkal? Képletben:

$$\frac{(t + d)w_i}{m} = \frac{tw_i}{m_i}, \quad \text{azaz} \quad d = \left(\frac{m}{m_i} - 1 \right) t.$$

Magyar adatokon *Augusztinovics–Köllő* [2007] vizsgálta, hogy miként hat a töredezett munkaviszony a nyugdíjakra.

3.2. Alapnyugdíj

Visszatérünk az alapnyugdíjra (a nyugdíj független a keresettől), de figyelembe vesszük, hogy a nyugdíjban töltött idő a keresettel emelkedik.

(4') miatt az (5) egyéni egyenlegek most módosulnak:

$$z_i = tw_i - m_i b = tw_i - m_i \gamma, \quad i = L, H. \quad (9')$$

Könnyen levezethetjük, hogy $t^* = m\gamma$ és

$$z_i^* = (mw_i - m_i)\gamma, \quad i = L, H. \quad (10')$$

(10') értelmében az alapnyugdíj pontosan akkor kedvez a szegényebbeknek, ha az L/H béarány kisebb, mint a nyugdíjban várható élettartam L/H aránya; tehát reális feltevés:

$$z_H^* > 0 > z_L^*, \quad \text{ha } mw_L < m_L, \quad \text{azaz } \frac{w_L}{w_H} < \frac{m_L}{m_H}.$$

A 3. táblázattal összehasonlítva, a 7. táblázatban bemutatjuk, hogy a gazdagabbak hosszabb élettartama enyhíti tőlük a szegényebbekhez irányuló újraelosztást.

7. táblázat

Jövedelemtől függő várható élettartam – alapnyugdíj
(Income-dependent life expectancy – basic pension)

Típus	Szuperbruttó bér	Nyugdíj	Egyenleg
Alacsony	0,5	0,5	-0,1
Magas	2,0	0,5	0,2
Átlag	1,0	0,5	0,0

3.3. Kevert nyugdíj

Ha visszatérünk a (4'') kevert nyugdíjhoz, és az egyenlegekben ismét figyelembe vesszük a várható élettartamok jövedelemfüggését, az (5) egyéni egyenlegek így módosulnak:

$$z_i = tw_i - m_i b_i, \quad i = L, H. \quad (9'')$$

Az F1. függelékben levezetjük, hogy az aggregált egyensúlyt adó járulékkulcs:

$$t^* = \gamma m(1 - \alpha) + \gamma \alpha (f_L m_L w_L + f_H m_H w_H). \quad (A3)$$

A Csebisev-féle összegegyenlőtlenség (*Simonovits* [2017b]), illetve (A4)–(A5) értelmében

$$f_L m_L w_L + f_H m_H w_H > f_L m_L + f_H m_H = m.$$

Emiatt

$$t^* > \gamma m.$$

3. példa folytatása. Numerikusan: $\alpha = 0,8$; $t^* = 0,27$. A 8. táblázatban éppen olyan keveréket választottunk, hogy nincs újraelosztás.

8. táblázat

Jövedelemtől függő várható élettartam – kevert nyugdíj
(Income-dependent life expectancy – mixed pension)

Tipus	Szuperbruttó bér	Nyugdíj	Egyenleg
Alacsony	0,5	0,3	0,0
Magas	2,0	0,9	0,0
Átlag	1,0	0,5	0,0

Megjegyzés. $\alpha = 0,8$.

4. További kérdések

Ebben a fejezetben három olyan kérdést modellezünk, amelyet didaktikai okokból az előző két fejezetben nem vizsgáltunk: három jövedelemtípust, a bér-indexálást és a rugalmas korhatárt.

4.1. Három jövedelemtípus

Eddig csak két jövedelemtípust feltételeztünk, de a valóságban legalább ennyire fontos a középső típus is. Most bevezetjük ezt is, és az M indexet alkalmazzuk rá. Tehát f_M az átlagosok súlya, w_M a keresetük, m_M a nyugdíj/munka időarány és b_M a nyugdíjuk.

$$\begin{aligned} w_L < w_M < w_H, \quad f_L w_L + f_M w_M + f_H w_H &= 1. \\ m_L < m_M < m_H, \quad f_L m_L + f_M m_M + f_H m_H &= m. \end{aligned}$$

Például $f_L = 0,4$, $f_M = 0,5$ és $f_H = 0,1$; $m_L = 0,45$; $m_M = 0,5$ esetén $m_H = 0,7$; $w_L = 0,5$; $w_M = 1$ esetén pedig $w_H = 3$. Felesleges lenne az összes kombináció megismétlése, megelégszünk a legegyszerűbbel, az arányos nyugdíjrendszerrel. A 6. táblázatban csupán annyi a változás, hogy $t^* = 0,25$ -ot naivan megtartva, $b_L = 0,25$, $b_H = 1,5$, és az egyenlegek $z_L = 0,25 \cdot 0,5 - 0,45 \cdot 0,25 = 0,0125$, illetve $z_H = 0,25 \cdot 3 - 0,7 \cdot 1,5 = -0,3$.

Az összhány viszont $Z = f_L z_L + f_H z_H = 0,4 \cdot 0,0125 - 0,1 \cdot 0,3 = -0,025$.

4.2. Bérindexálás

Eddig burkoltan feltettük, hogy az átlagbérek reálértékben állandók, és a már megállapított nyugdíjakat évente a fogyasztói árindex szerint emelik; fő szabályként ez érvényes Magyarországon 2010 óta. Most kitérünk a bér szerinti indexálásra (amely 1992-től 1999-ig volt érvényben), és csak utalunk a vegyes indexálásra (amely 2000 és 2009 között volt érvényben). A bérindexálás előnye az árindexálással szemben az, hogy az idősödés során megőrzi a korábbi nyugdíjarányokat; hátránya viszont, hogy súlyosbítja a fordított irányú újraelosztást (*Simonovits* [2018a]).

Most csak az arányos nyugdíjrendszert vizsgáljuk. Az átlagos reálbérek évi növekedési együtthatója g . A szolgálati évek száma S , az ez alatti halmozott növekedési együttható $G = g^S$, a nyugdíjban töltött évek száma rendre $T_L = m_L S$ és $T_H = m_H S$. Felhasználjuk, hogy $g^{mS} = G^m$. Némi egyszerűsítéssel és alábecsléssel, az egyes típusok nyugdíjas időszak közepén elért értékét terjesztjük ki a teljes időszakra:

$$b_L = \gamma w_L G^{m_L/2} \quad \text{és} \quad b_H = \gamma w_H G^{m_H/2}. \quad (10)$$

Az egyensúly keresztmetszeti feltétele:

$$t^* = f_L m_L b_L + f_H m_H b_H = \gamma \left[f_L m_L w_L G^{m_L/2} + f_H m_H w_H G^{m_H/2} \right]. \quad (11)$$

Az időtlenített egyéni egyenlegek viszont

$$z_L^* = (t^* - m_L G^{m_L/2} \gamma) w_L \text{ és } z_H^* = (t^* - m_H G^{m_H/2} \gamma) w_H. \quad (12)$$

Az F1. függelékben levezetjük, ami heurisztikusan is látható: a bérindexálás kiélezi a fordított irányú újraelosztást:

$$z_L^* > 0 > z_H^*. \quad (13)$$

Szerény reálbér-növekedéssel számolunk: $g = 1,02$. Az egyensúlyi járulékkules $t^* = 0,343$, az aggregált egyenleg $Z^* = 0$, de a 9. táblázat szerint a rendszer a kiskeresetűektől a nagykeresetűeknek csoportosít át jövedelmet.

9. táblázat

Jövedelemtől függő várható élettartam – arányos nyugdíj, bérindexálás
(Income-dependent life expectancy – proportional pension, wage indexing)

Szuperbruttó bér	Nyugdíj	Egyenleg
0,5	0,299	0,037
2,0	1,268	-0,074

4.3. Rugalmas korhatár

Eddig adottnak vettük a munkába lépési és a nyugdíjba vonulási életkort, ezt a továbbiakban $Q = 25$ -nek és $R = 65$ -nek választjuk (ez utóbbi a 2022-től érvényes merev korhatár hazánkban), a legtöbb országban az általános korhatár előtt és után is nyugdíjba lehet menni, csak büntetést kell fizetni, illetve jutalmat kap a halasztó. A malus/bonus számításában felteszik, hogy az R éves korban várható nyugdíjélettartam (e_R) független a keresettől (újabbán ezt bírálják például a Világbank anyagai; *Holzmann et al.* [2020b]). Végletesen leegyszerűsített képletet ismertetünk:

$$b(w, R) = \frac{t(R, Q)w}{e_R}, \quad R_m \leq R \leq R_M. \quad (14)$$

Számlálóban a járuléktömeg, nevezőben a szétosztandó évek (hónapok) száma található, az egyéni egyenleg 0.

Ellentétben a 2. fejezettel, a valóságban a nyugdíjban várható élettartam a nyugdíjba vonulási kor mellett még függ a szuperbruttó bértől, w -tól: $e_R(w)$ meredeken növekszik, ezért az egyéni egyenleg w emelkedésével csökken:

$$z(w, R) = tw(R - Q) - b(w, R)e_R(w). \quad (15)$$

4. példa. Nem ismerem a hazai tényleges $e_R(w)$ függvényt, de szemléltetésként megfelel, ha (16)-ban a nyugdíjazáskor hátralevő élettartamot minden éves halasztás 0,7 évvel (kb. 8 hónappal) csökkenti (*Banyár* [2012], *Simonovits* [2012]), az átlagkeresettől való relatív eltérés pedig az eltérés kétszeresével növeli. Például a 10. táblázat 2. blokkjának 1. sora adja az alappontot: átlagbér esetén 62 éves korban 18 év a maradék várható élettartam. Ha a kiskeresetű egyént vesszük (1. blokk), akkor 66 éves korban csak 14,2 év vár rá. Tehát a feltételezett parametrikus várható élettartam–életkor- és jövedelemmel bővített függvénypár:

$$e_R = e_m - r(R - R_m) \text{ és } e_R(w) = e_R + a(w - 1), \quad R_m \leq R \leq R_M, \quad (16)$$

ahol $R_m = 62$ év és $R_M = 68$ év, $e_m = 16$ év, $r = 0,7$, $a = 2$, valamint $t = 0,25$. Természetesen ez a képlet-pár csak szemléltetésül szolgál a jelzett szűk intervallumban.

A 10. táblázatban az alappontban említett átlagkeresetű, korán nyugdíjba vonuló nyugdíja a szuperbruttó kereset arányában 0,514; életpálya-egyenlege viszont 0. A minimálkeresetű, későn nyugdíjba menő nyugdíja viszont 0,334 egység, s ugyanannyi az életpálya-egyenlege. Részletezve, (16) szerint:

$$e_{66}(1) = 18,0 - 0,7 \cdot (66 - 62) = 18 - 2,8 = 15,2$$

és

$$e_{66}(0,5) = e_{66}(1) + 2 \cdot (0,5 - 1) = 15,2 - 1 = 14,2,$$

(14) szerint viszont

$$b(0,5, 66) = \frac{0,25 \cdot (66 - 25) \cdot 0,5}{15,2} = 0,337.$$

Az aggregált egyenleg kiszámításához tudnunk kellene, hogy miként oszlanak meg a nyugdíjba vonulók a különböző életkorok szerint.

10. táblázat

Rugalmas korhatár jellemzői
(Characteristics of the flexible age)

Szuperbruttó bér	Kor (év)	Bérfüggő maradék élettartam	Nyugdíj	Életpálya-egyenleg
0,5	62	17,0	0,257	0,257
	64	15,6	0,294	0,294
	66	14,2	0,337	0,337
	68	12,8	0,389	0,389
1,0	62	18,0	0,514	0,000
	64	16,6	0,587	0,000
	66	15,2	0,674	0,000
	68	13,8	0,779	0,000
2,0	62	20,0	1,028	-2,056
	64	18,6	1,175	-2,349
	66	17,2	1,349	-2,697
	68	15,8	1,558	-3,116

5. Következtetések

Röviden megismételjük a bevezetésben elmondottakat. A tb-nyugdíj-rendszernek két fő feladata van: 1. a kieső jövedelem részleges pótlása és 2. a szegénységvédelem. A hagyományos megközelítés elhanyagolta, hogy a nyugdíjban várható élettartam időben egyre erősebben növekszik az életpálya-jövedelemtől, ezért sokszor egyoldalú megállapításokat tett adott nyugdíjsémák jövedelem-újraelosztási hatásairól. Csak az utóbbi években kezdenek jobban figyelni erre a jelenségre. Emiatt át kell értékelni a különféle nyugdíjsémák méltányosságát. Még ha rontja is a hatékonyságot, a méltányosság erősebb degressziót követel, mint korábban – a jövedelemtől független halandóságú modellek alapján – gondoltuk volna. Bár az iskolai végzettséggel párhuzamosan is csökken a halandóság, itt ezt a hatást nem tudtuk figyelembe venni.

Ebben a bevezető tanulmányban a lehető legegyszerűbb modellekkel próbáltuk elemezni az említett problémákat: két kereseti típust különböztettünk meg, homogén munka- és nyugdíjas időszakot feltételeztünk, eltüntettük a halálozási kockázatot. Figyelmen kívül hagytuk az utóbbi évek reálbérrobbanásából fakadó feszültségeket.

Lemondtunk a fő áramban szinte kötelező hasznosságfüggvényekről, az szja-n keresztül megvalósuló explicit jövedelem-újraelosztásról, ezáltal a jóléti maximalizálásról. (Ezt a feladatot elvégeztük *Simonovits* [2021]-ben.) Így olyan egyszerű modelleket kaptunk, amelyek szinte fejben végigszámolhatók. Teljesebb vizsgálatokban azonban bonyolultabb modelleket kell alkalmazunk (például a nemi különbségek figyelembevétele, az évjárat bontás, kereset–életkor stb.), a részletek tartós elhanyagolása megbosszulhatja magát.

Függelék

F1. Számítási mellékletek

A jövedelemtől független halandóság esetén az arányos és az alapnyugdíj képletei olyan egyszerűek voltak, hogy a fő szövegben megadtuk őket.

Jövedelemtől független élettartam – kevert nyugdíj

Ebből a szempontból a fő szövegben már bonyolultabb képletek szerepelnek, ezért ezeket itt fejtjük ki részletesebben. Behelyettesítve (4'')-t (5)-be:

$$z_i = tw_i - m\gamma [aw_i + (1 - \alpha)], \quad i = L, H, \quad (A1)$$

majd (A1)-et (6)-ba, a következőt kapjuk:

$$Z = t - m\gamma = 0, \quad (A2)$$

tehát a rendszer (aggregáltan) egyensúlyban van. (7) érvényes, és

$$z_i^* = (1 - \alpha)t^*(w_i - 1), \quad i = L, H. \quad (8'')$$

Jövedelemtől függő várható élettartam – arányos nyugdíj

Jövedelemtől függő halandóság esetén már az arányos nyugdíjrendszerben is bonyodalmakba ütközünk. Most m átlagos élettartam típusfüggő, $m_L < m < m_H$. (9)-be behelyettesítve $t^* = m\gamma - t$ és (4)-et:

$$z_L = tw_L - m_L\gamma w_L = (t^* - m_L\gamma)w_L > 0 \quad \text{és} \quad z_H = (t^* - m_H\gamma)w_H < 0,$$

ez azonban felborítja az egyensúlyt is:

$$Z^* = f_L z_L^* + f_H z_H^* = f_L (m - m_L) \gamma w_L + f_H (m - m_H) \gamma w_H = \gamma [m - f_L m_L w_L - f_H m_H w_H],$$

és ismét a Csebisev-féle összegegyenlőtlenség miatt Z negatív.

Numerikusan szemléltetve, az átlagkereset:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot 2 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1,$$

az átlagos várható élettartam pedig:

$$\frac{2}{3} \cdot 0,45 + \frac{1}{3} \cdot 0,6 = 0,3 + 0,2 = 0,5.$$

Az egyéni egyenlegek:

$$z_L = 0,25 \cdot 0,5 - 0,45 \cdot 0,25 = 0,125 - 0,1125 = 0,0125$$

és

$$z_H = 0,25 \cdot 2 - 0,6 \cdot 1 = 0,5 - 0,6 = -0,1;$$

végül az átlaguk:

$$Z = \frac{2}{3} \cdot 0,0125 - \frac{1}{3} \cdot 0,1 = -0,025.$$

Jövedelemtől függő várható élettartam – alapnyugdíj

Numerikusan: $0,5 \cdot 0,5 < 0,45$ teljesül. Az egyéni egyenlegek:

$$z_L = 0,25 \cdot 0,5 - 0,45 \cdot 0,5 = 0,125 - 0,225 = -0,1$$

és

$$z_H = 0,25 \cdot 2 - 0,6 \cdot 0,5 = 0,5 - 0,3 = +0,2;$$

az átlaguk 0 (mert kétszer annyi L van, mint H).

Jövedelemtől függő várható élettartam – kevert nyugdíj

Felidézzük a definíciót:

$$b_i = b \left[\alpha w_i + (1 - \alpha) \right]. \quad (4'')$$

Ha (4'')-t behelyettesítjük (5)-be, a két típus járulékegyenlege adódik:

$$z_i = t w_i - m_i \gamma \left[\alpha w_i + (1 - \alpha) \right], \quad i = L, H.$$

Várható értékben az átlagos egyenlegre igaz, hogy

$$Z = \sum_{i=L}^H f_i z_i = t - \gamma \alpha \sum_{i=L}^H f_i m_i w_i - \gamma m (1 - \alpha),$$

azaz az egyensúlyi járulékkulcs

$$t^* = \gamma m (1 - \alpha) + \gamma \alpha \sum_{i=L}^H f_i m_i w_i. \quad (A3)$$

Láttuk, hogy $\alpha = 1$ -re $z_H^* < 0 < z_L^*$ és $\alpha = 0$ -ra $z_H^* > 0 > z_L^*$. Ezért létezik olyan $\alpha^* \in (0, 1)$, amelyre a kevert nyugdíj semleges:

$$z_H^* = 0 = z_L^*.$$

Itt idézzük a fő szövegben említett Csebisev-féle összegegyenlőtlenséget, amely $n > 1$ tagból álló, pozitív elemű és szigorúan növekvő sorozatpárra vonatkozik:

$$0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n \quad \text{és} \quad 0 < y_1 < y_2 < \dots < y_n. \quad (A4)$$

F.1. tétel – Csebisev összegegyenlőtlensége (1882). Az (A4) feltevés mellett igaz, hogy a kéttényezős szorzatok számtani közepe nagyobb, mint a két számtani közép szorzata:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i > \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right) \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \right). \quad (A5)$$

Bérindexálás

$Z^* = 0$ miatt elegendő $z_L^* > 0$ igazolása. Helyettesítsük be az igazolandó

$$z_L^* = \left(t^* - m_L G^{m_L/2} \gamma \right) w_L > 0 \quad (12-L)$$

egyenlőtlenségbe (11)-et:

$$z_L^* = [f_L m_L w_L G^{m_L/2} + f_H m_H w_H G^{m_H/2} - m_L w_L G^{m_L/2}] \gamma > 0.$$

Osztva γ -val és összevonással $f_L w_L - 1 = f_H w_H - t$ írva $m_L G^{m_L/2}$ együtthatójaként:

$$f_H m_H w_H G^{m_H/2} - m_L f_H w_H G^{m_L/2} = f_H w_H [m_H G^{m_H/2} - m_L G^{m_L/2}] > 0$$

pedig $G > 1$ és $m_H > m_L$ miatt igaz.

Rugalmas korhatár

Eddig a korhatár mindenki számára azonos volt, azonban most kitérünk a rugalmas korhatár kérdésére.

Behelyettesítve $b(w, R)$ -t $z(w, R)$ -be,

$$z(w, R) = tw(R - Q) - \frac{t(R - Q)w}{e_R} e_R(w) = b(w, R) [e_R - e_R(w)]. \quad (A6)$$

Legyen w^* az a kereset, amelyre a várható élettartam egyenlő az átlagossal: $e_R(w^*) = e_R$. Nyilvánvaló, hogy a kiskeresetű a vesztes:

$$z(w_L, R) > 0; \quad w < w^*,$$

a nagykeresetű a nyertes:

$$z(w_H, R) \leq 0; \quad w \geq w^*.$$

Szám példánkban $w^* = 1$.

Végül bemutatjuk, hogyha a rugalmas korhatár figyelembe veszi a nyugdíjazási életkort, de figyelmen kívül hagyja a keresetet (vö. alapnyugdíj), akkor az eszmei számla:

$$b(R) = \frac{tS}{e_R}, \quad R_m \leq R \leq R_M. \quad (14')$$

A megfelelő egyenleg:

$$z(w, R) = twS - b(R)e_R(w). \quad (15')$$

Behelyettesítve (14')-et (15')-be, a következő hiba adódik:

$$z(w, R) = twS - \frac{tS}{e_R} e_R(w) = b(R) [we_R - e_R(w)]. \quad (A6')$$

Összehasonlítva (A6)-tal, esetleg kisebb a hiba, mint az arányosnál, például $e_R(w) \equiv we_R$ esetén nincs is hiba.

F2. *Holzmann et al.* [2020a] tanulmányának eredményei

Ebben a függelékben röviden felvázoljuk *Holzmann et al.* [2020a] tanulmányának néhány eredményét. Az ismertetést megnehezíti, hogy a nevezett cikk szerteágazó (például a tb-ben eddig tiltott elkülönített férfi és női életjáradékot is tárgyalja).

A szerzők a legegyszerűbb sémájukat, amelyet kétrészesnek neveznek, közös, illetve egyéni járulékkulcsra alapozzák. Ez képletben a következő:

$$b_i = \frac{t_n w_i + t_s}{m}.$$

Összehasonlítjuk ezt a saját, de tetszőleges számú, I típusra általánosított kevert sémánkkal:

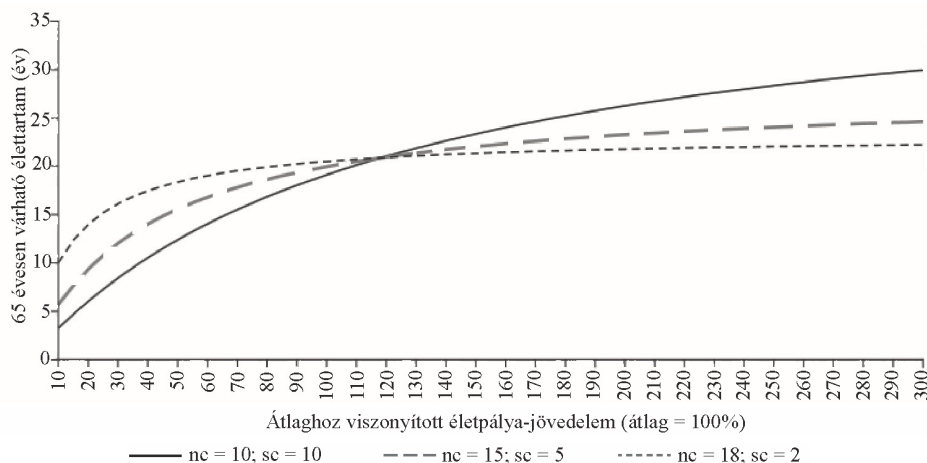
$$b_i = \gamma [\alpha w_i + (1 - \alpha)], \quad i = 1, 2, \dots, I. \quad (4'')$$

A megfeleltetés egyszerű:

$$t_n = m\gamma\alpha \quad \text{és} \quad t_s = m\gamma(1 - \alpha).$$

Az F1. ábra három $m(w)$ függvényt ábrázol, amelyek alternatív (t_n, t_s) párokra adnak semleges kimenetet. *Holzmann et al.* [2020a] nehezen követhető jelöléseit a tanulmányunkéhoz igazítottuk. A rövid szaggatott vonallal jelölt görbe majdnem azonos a semlegességet nyújtó járulékkulccsal (lásd (1')-t), és a legalsó jövedelműeknek 4, az átlagosnál több mint háromszoros jövedelemmel rendelkezőknek 20 év körüli élettartamot ad. (Egyébként logikusabb lett volna adott várható élettartam-jövedelem-függvényekre az egyenleg-jövedelem-kapcsolatot ábrázolni.)

F1. ábra. Három várható élettartam–jövedelem-függvény
(Three life expectancy-income functions)



Megjegyzés. nc: egyéni járulékkulcs; sc: közös járulékkulcs.

Forrás: Holzmann et al. ([2020a] 3.1. ábra).

Irodalom

- AUERBACH, A. – CHARLES, K. K. – COILE, C. C. – GALE, W. – GOLDMAN, D. – LEE, D. – LUCAS, CH. M. – ORSZAG, P. R. – SHEINER, L. M. – TYSINGER, B. – WEIL, D. N. – WOLFERS, J. – WONG, R. [2017]: *How the Growing Gap in Life Expectancy May Affect Retirement Benefits and Reforms*. NBER WP 23329. National Bureau of Economic Research. Cambridge.
- AUGUSZTINOVICS M. – KÖLLŐ J. [2007]: Munkapiaci pálya és nyugdíj, 1970–2020. *Közgazdasági Szemle*. LIV. évf. június. 529–559. old.
- AYUSO, M. – BRAVO, J. M. – HOLZMANN, R. [2017]: Addressing longevity heterogeneity in pension scheme design and reform. *Journal of Finance and Economics*. Vol. 6. No. 1. pp. 1–24. <https://doi.org/10.12735/jfe.v6n1p1>
- BANYÁR J. – MÉSZÁROS J. [2003]: *Egy lehetséges és kívánatos nyugdíjrendszer*. Gondolat. Budapest.
- BANYÁR J. [2012]: Javaslat az optimális járadékfüggvényre. *Sigma*. XLII. évf. 3–4. sz. 105–124. old.
- BÍRÓ, A. – HAJDU, T. – KERTESI, G. – PRINZ, D. [2021]: Life expectancy inequalities in Hungary over 25 years: The role of avoidable deaths. *Population Studies*. February. <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/00324728.2021.1877332>
- BREYER, F. – HUPFELD, S. [2009]: On the fairness of early retirement provision. *German Economic Review*. Vol. 11. No. 1. pp. 60–79. <https://doi.org/10.1111/j.1468-0475.2009.00464.x>
- CHETTY, R. – STEPNER, M. – ABRAHAM, S. – LIN, S. – SCUDERI, B. – TURNER, N. – BERGERON, A. – CUTLER, D. [2016]: The association between income and life expectancy in the United States, 2001–2014. *Clinical Review and Education*. Special No. 315(16). pp. 1750–1766. <https://doi.org/10.1001/jama.2016.4226>

- CALDWELL, J. C. [1986]: Routes to low mortality in poor countries. *Population and Development Review*. Vol. 12. No. 2. pp. 171–220. <https://doi.org/10.2307/1973108>
- DIAMOND, P. [2003]: *Taxation, Incomplete Markets and Social Security*. Munich Lectures. MIT Press. Cambridge.
- DISNEY, R. [2004]: Are contributions to public pension programmes a tax on employment? *Economic Policy*. Vol. 19. No. 39. pp. 267–311. <https://doi.org/10.1111/j.1468-0327.2004.00124.x>
- FEHR, H. – KALLWEIT, M. – KINDERMANN, F. [2013]: Should pensions be progressive? *European Economic Review*. Vol. 63. October. pp. 94–116. <https://doi.org/10.1016/j.eurocorev.2013.07.004>
- FELDSTEIN, M. A. – LIEBMANN, B. (eds.) [2002]: *The Distributional Aspects of Social Security and Social Security Reform*. Chicago University Press. Chicago.
- HOLZMANN, R. – ALONSO-GARCÍA, J. – LABIT-HARDY, H. – ANDRÉS, M. [2020a]: *NDC Schemes and Heterogeneity in Longevity: Proposals for Redesign*. ULB Institutional Repository 2013/299992. Université Libre de Bruxelles. Brussels.
- HOLZMANN, R. – PALMER, E. – PALACIOS, R. – ROBALINO, D. (eds.) [2020b]: *Progress and Challenges of Nonfinancial Defined Contribution Schemes, Vols. I–II*. International Bank for Reconstruction and Development – The World Bank. Washington, D.C.
- KLINGER A. [2001]: Halandósági különbségek Magyarországon iskolai végzettség szerint. *Demográfia*. 44. évf. 3–4. sz. 227–258. old.
- LACKÓ M. [2020]: Korai és időskori halálozások különbségei Európában a 2000-es évek első évtizedében. *Közgazdasági Szemle*. LXVII. évf. október. 957–992. old. <https://doi.org/10.18414/KSZ.2020.10.957>
- LEE, R. – SÁNCHEZ-ROMERO, M. [2020]: Overview of heterogeneity in longevity and pension schemes. In: *Holzmann, R. – Palmer, E. – Palacios, R. – Sacchi, R. (eds.): Progress and Challenges of Nonfinancial Defined Contribution Pension Schemes. Volume 1. Addressing Marginalization, Polarization, and the Labor Market*. International Bank for Reconstruction and Development – The World Bank. Washington, D.C. pp. 261–279. https://doi.org/10.1596/978-1-4648-1453-2_ch12
- LIEBMANN, J. B. [2002]: Redistribution in the current U.S. social security system. In: *Feldstein, M. – Liebmann, J. B. (eds.): The Distributional Aspects of Social Security and Social Security Reform*. University of Chicago Press. Chicago. pp. 11–48. <https://doi.org/10.3386/w8625>
- MAROSI J. – MOLNÁR D. L. [2018]: Az időskori nyugdíjasok halandósága. *Statisztikai Szemle*. 61. évf. 1. sz. 5–26. old. <https://doi.org/10.20311/stat2018.01.hu0005>
- MOLNÁR D. L. – HOLLÓSNÉ MAROSI J. [2015]: Az öregségi nyugdíjasok halandósága. *Közgazdasági Szemle*. LXII. évf. december. 1258–1290. old. <http://dx.doi.org/10.18414/Ksz.2015.12.1258>
- NATIONAL ACADEMIES OF SCIENCES, ENGINEERING, AND MEDICINE [2015]: *The Growing Gap in Life Expectancy by Income: Implications for Federal Programs and Policy Responses*. The National Academics Press. Washington, D.C.
- PALMER, E. – ZHAO DE GOSSON DE VARENNES, Y. [2020]: Annuities in (N)DC pension schemes: Design, heterogeneity, and estimation issues. In: *Holzmann, R. – Palmer, E. – Palacios, R. – Sacchi, R. (eds.): Progress and Challenges of Nonfinancial Defined Contribution Pension Schemes. Volume 1. Addressing Marginalization, Polarization, and the Labor*

- Market*. International Bank for Reconstruction and Development – The World Bank. Washington, D.C. pp. 281–306. https://doi.org/10.1596/978-1-4648-1453-2_ch13
- PESTIEAU, P. – PONTIERE, G. [2016]: Longevity variation and the welfare state. *Journal of Economic Demography*. Vol. 82. Issue 2. pp. 207–239.
- PRESTON, S. H. [1975]: The changing relation between mortality and level of economic development. *Population Studies*. Vol. 29. No. 2. pp. 231–248. <https://doi.org/10.1093/ije/dym075>
- SÁNCHEZ-ROMERO, M. – PRSKAWETZ, A. [2017]: Redistributive effects of the US pension system among individuals with different life expectancy. *The Journal of the Economics of Aging*. Vol. 10. Issue C. pp. 51–74.
- SIMONOVITS A. [2012]: Még egyszer az eszmei számla elvi hibájáról. *Sigma*. XLIII. évf. 3–4. sz. 145–161. old. <https://doi.org/10.18414/KSZ.2017.6.650>
- SIMONOVITS A. [2016]: Nyugdíjmodellek belülről. *Magyar Tudomány*. 179. évf. 6. sz. 709–720. old.
- SIMONOVITS A. [2017a]: Az elfelejtett nyugdíjdegresszió. *Közgazdasági Szemle*. LXIV. évf. június. 650–660. old. <http://dx.doi.org/10.18414/Ksz.2017.6.650>
- SIMONOVITS A. [2017b]: Nyugdíjtól függő halandóság és a nyugdíjkiadások hosszú távú előrebecslése. *Statistikai Szemle*. 95. évf. 4. sz. 423–431. old. <https://doi.org/10.20311/stat2019.04.hu0423>.
- SIMONOVITS A. [2018a]: Miért kell a nyugdíjvalorizálást és -indexálást pontrendszerrel felváltani? *Közgazdasági Szemle*. LXV. évf. szeptember. 903–922. old. <https://doi.org/10.18414/KSZ.2018.9.903>
- SIMONOVITS, A. [2018b]: *Simple Models Income Redistribution*. Springer International Publishing AG. Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-72502-4>
- SIMONOVITS, A. [2021]: *Longevity Gap and Public Pensions: A Minimal Model*. Kézirat.
- WHITEHOUSE, E. – ZAIDI, A. [2008]: *Socioeconomic Differences in Mortality: Implications for Pension Policy*. OECD Social, Employment and Migration Working Papers. No. 70. Organisation for Economic Co-operation and Development. Paris.