Módszertani hozzájárulás

a Szegénység

Többváltozós Statisztikai Méréséhez

MTA doktori értekezés főbb eredményei

Hajdu ottó

BCE KTK Statisztika Tanszék

BME GTK Pénzügyek Tanszék

Egyváltozós – egydimenziós

megközelítés

depriváció és szegénység vizsgálat

Egy új relatív deprivációs - elv
és egy annak megfelelő szegénységi index bevezetése

(a ***Jövedelmi*** *szegénység vonatkozásában tárgyalva)*

Egy új transzfer érzékeny relatív depriváció - index
(a regresszív transzfer esete)

$$\Delta : \text{a depriváció mértéke } \left[0 \leq \Delta \leq 1\right]$$

A relatív depriváció mértékének javasolt formulája

Egyedi tekintetben:

$$Q_{ij}^{r} = \left(1 - \frac{Y_i}{Y_j}\right)^{r_{averzió}} \qquad | \; Y_i < Y_j$$

$$Q_{ij}^{r} = 0 \qquad \mathit{egyébként}$$

$\mathit{Overall}$ globálisan:

$$Q^{(r)} = \left(\frac{1}{N_{(Q>0)}} \sum_{i=1}^{q} \sum_{j=1}^{q} Q_{ij}^{r}\right)^{\frac{1}{r}}$$

A regresszív transzfer relatív deprivációs hatása Rangsortartás mellett

Deprivációmátrix

Jövedelem által	***Transzfer***	***Max***	…	***Címzett***	…	***Donor***	…	***Min***
		jövedelemmel szemben érzett						
Max		0						
…		0	0					
Címzett	***+T***	(-)	(-)	0				
…		0	0	(+)	0			
Donor	***-T***	(+)	(+)	(+)	(+)	0		
…		0	0	(+)	0	(-)	0	
Min		0	0	(+)	0	(-)	0	0

Konklúzió: az „*Overall*” eredő : ±

Egy új relatív depriváció- érzékeny szegénységi index

$$P = H \cdot \left[1 - \hat{z}\left(1 - \Delta\right)\right]$$

ahol

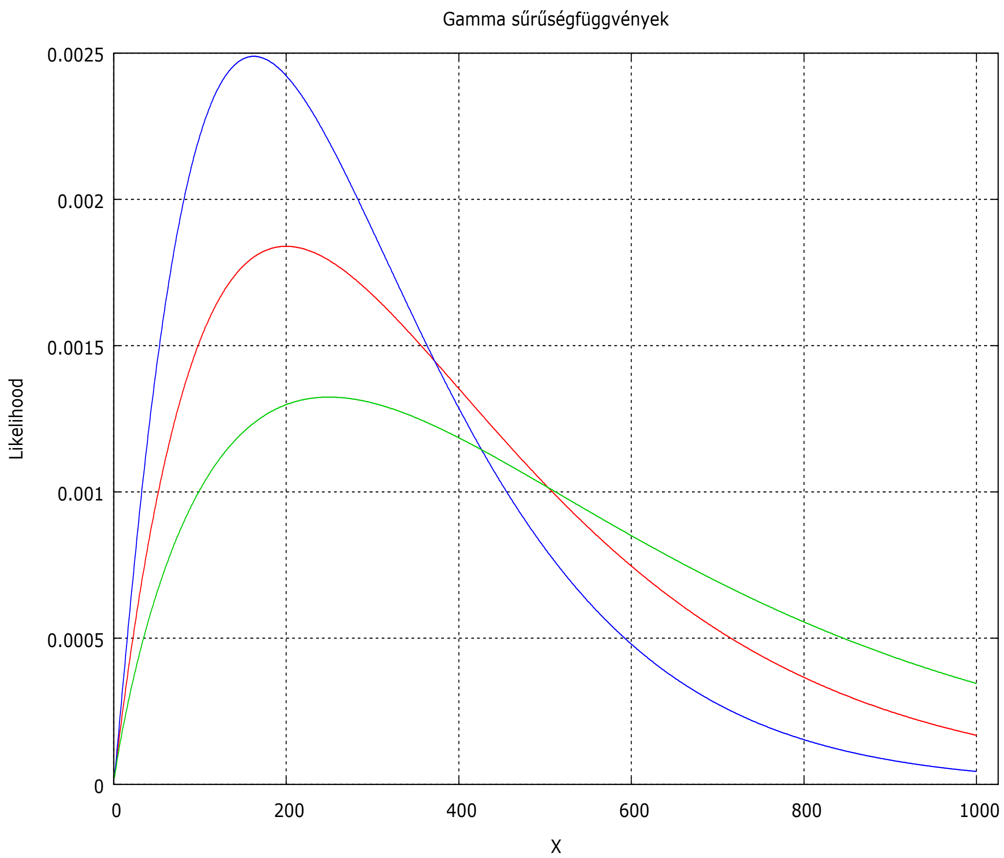
$\boxed{1 - \hat{z}\left(1 - \Delta\right) : \textit{a reprezentatív deprivált személy szegénységi rése}}$

$\boxed{\Delta : \text{a küszöb alatti relatív depriváció mértéke } \left[0 \le \Delta \le 1\right]}$

$\hat{z}$: a reprezentatív szegény jövedelme: az aktuális z szegénységi küszöbbel szemben érzett globális deprivációt *reprezentálja*

$\boxed{\hat{z}\left(1 - \Delta\right) : \textit{a reprezentatív deprivált jövedelme}}$

A deprivációs – averzió *r* paraméterének
Gamma – eloszláson alapuló becslése



$r = 1.05$

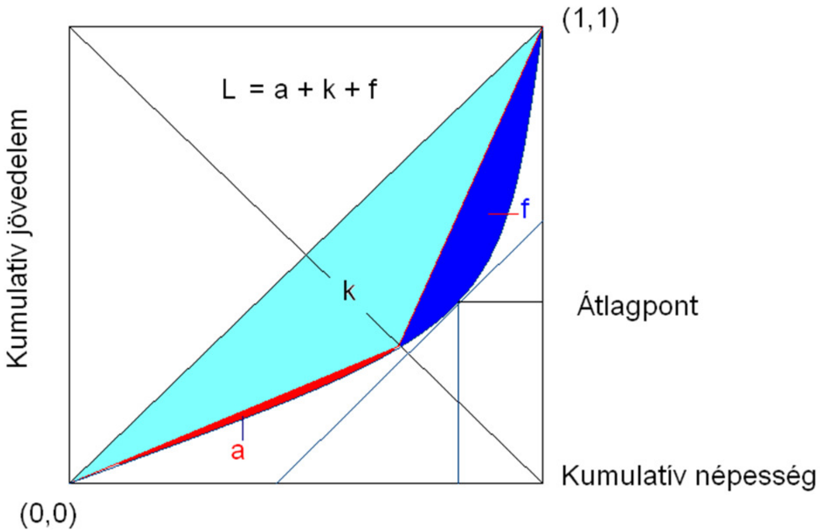
$r = 1.00$

$r = 0.95$

Hatványparaméterek

Nagyobb a valószínűsége
a kisebb jövedelmeknek !

A szegénységi – averzió *r* paraméterének
Lorenz – görbén alapuló becslése



Az <u>aszimmetrikus</u> Lorenz-görbe <u>átlagpontja</u>

<u>Átló fölötti</u> átlagpont:

→ 1-nél *alacsonyabb meredekség* az átló <u>metszéspontjában</u>

→ magasabb szegénységi averzió

$$Metszéspont\ \ meredekség\ :$$

$$L_{Metszéspont} = \frac{d_{U/L}}{1 + d_{U/L}} - \frac{1}{2}$$

$$d_{Upper/Lower} = \frac{y_U - y_L}{x_U - x_L}$$

A szegénységmérés többdimenziós megközelítése az Irodalomban

A szeparált depriváció - dimenziók
Súlyozott kombinációja, ahol
Probléma: a súlyrendszer!?

Egydimenziós szegénységi mérték
alkalmazása a kombinált dimenzióra

Területi$_{\text{Budapest, Nagyváros, Többiváros, Községek}}$ dezaggregáció kérdése:

1.) Átlagszámítás: Foster - típusú: Területi átlagok átlaga
2.) Szóródás szemléletű, Theil-féle ***külső + belső*** hatásra bontás

Többváltozós – Többdimenziós
megközelítés

az *Egyenlőtlenség mérésére*

egy Új mérési és dekompozíciós
módszertan megadása

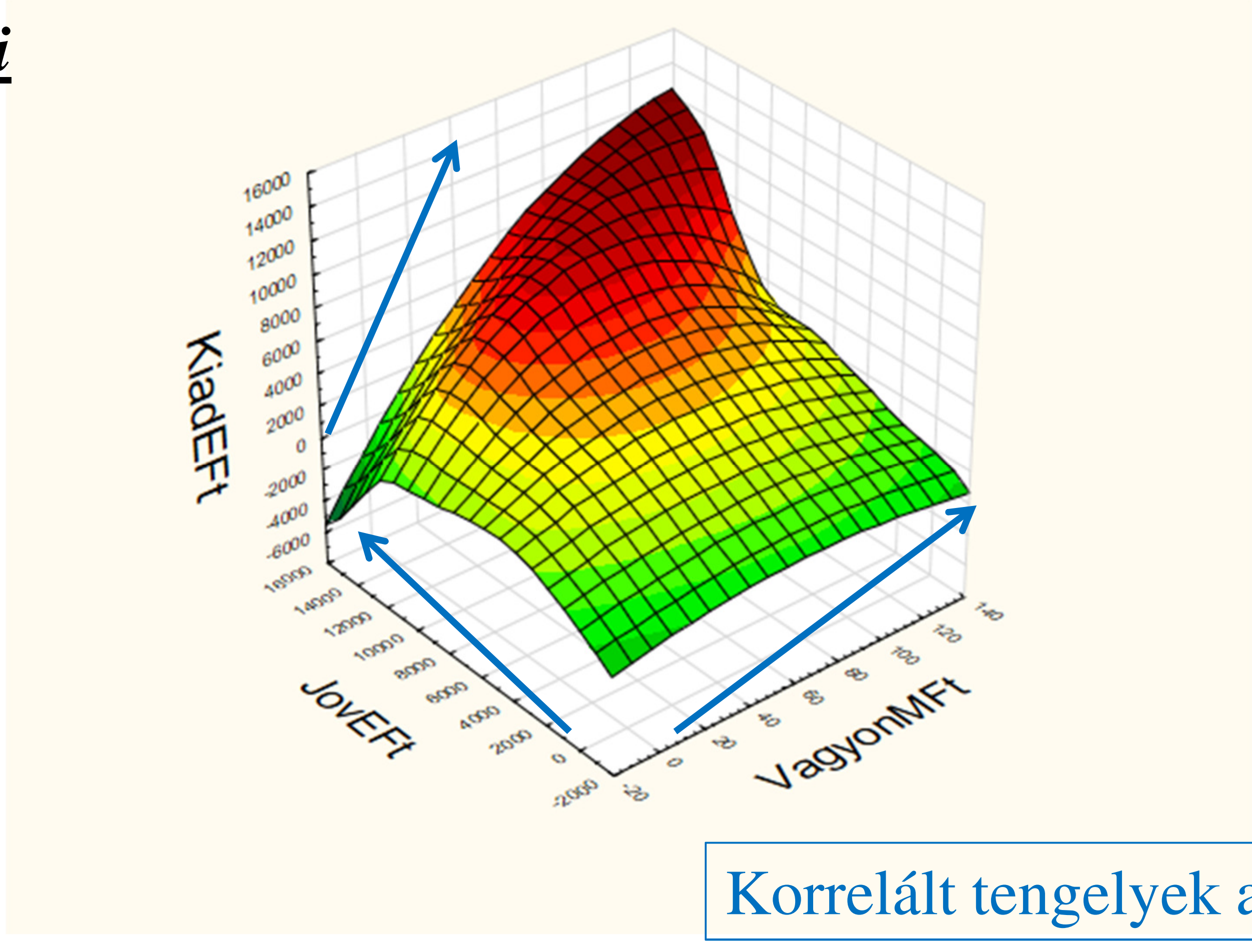
Egyenlőtlenség (InEquality Index: IEI mérték)

A feladat: ***<u>többváltozós</u>, <u>többdimenziós - kompozit</u> mérés***

Az aszimmetria kezelése: a logaritmált dimenziók bevonásával

<u>Hazai</u>

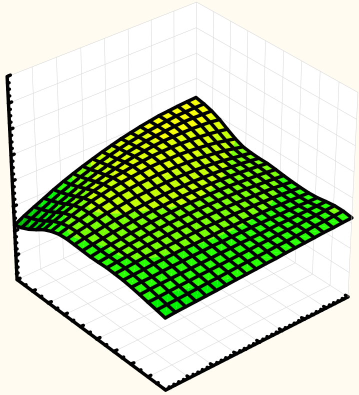
H á z t a r t á s o k



Korrelált tengelyek adottsága

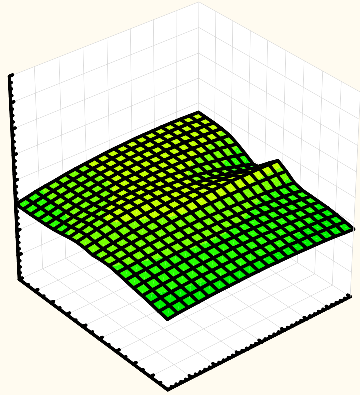
Alkalmazás: Településtípusok diszkriminálása: Bp, Nv, Tv, Kö

11.9%

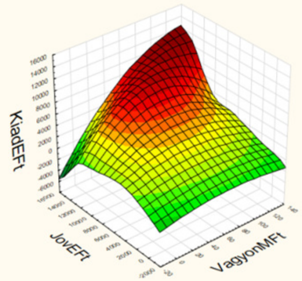


BpNvTvKo: 1

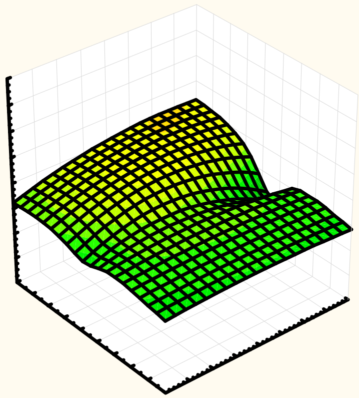
27.6%



BpNvTvKo: 2

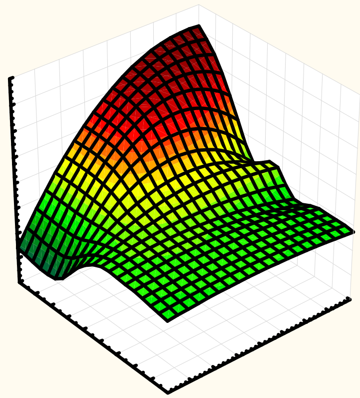


29.7%



BpNvTvKo: 3

30.8%



BpNvTvKo: 4

<u>Külső</u>
variancia arány?
1-Wilks' Lambda
=14 % of ***IEI***

<u>Belső (átlagos)</u>
variancia arány:
Wilks' Lambda
= 86 % of ***IEI***

Kategóriák %
hozzájárulása
a 86% belső
varianciához?

A matematikai megoldás alapja

Az Entrópia fogalma: 1-dimenzió, 2-változó

Az i=1,2,…,n tagú társadalom ***<u>Jövedelmi</u>*** eloszlása

$$\boxed{Y = Y_1, Y_2, \dots, Y_n}$$

ami az ***átlagos*** jövedelem viszonylatában kifejezve

$$\boxed{\begin{array}{ll} relatív\_jövedelem: & r_i = Y_i / \bar{Y} \\ \log\_hozam: & D_i = \ln(r_i) = \ln(Y_i) - \ln(\bar{Y}) \end{array}}$$

amiből a Shannon ***entrópia,***
egyenlőségi mérték:

$$\boxed{H(r) = ln(n) - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_i D_i}$$

Keretbefoglalás: a *Generalized* E_{ntropy}

A formula $$GE(\alpha) = \frac{1}{n\alpha\left(\alpha - 1\right)} \sum_{i=1}^{n} \left[\left(r_i \right)^{\alpha} - 1 \right] \quad \alpha \neq 0, \alpha \neq 1$$

ahol ***alpha*** az egyenlőtlenség ***averzió*** paramétere:

alacsonyabb értéke nagyobb súlyt ad az eloszlás alsóbb szegmensén,

mint a felső szegmensén történő transzferváltozásra.

A $GE(alfa)$ **általánosított entrópia** **<u>egyenlőtlenségi mérték</u>**

két speciális esete, L'Hospital - határértékben

$$\boxed{GE(1) = \overline{rD} \quad \acute{e}s \quad GE(0) = -\overline{D}}$$

Felismerés: a „Theil” kovariancia és *GE* felbontása

Tekintsük a definíciónk szerinti ún. Theil kovarianciát:

$$C_{Theil} = Cov\left(r, D\right)$$

A Theil-kovariancia GE felbontása:

$$C_{Theil} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_i D_i - \underbrace{\overline{r}}_{=1} \cdot \overline{D} = GE\left(1\right) + GE\left(0\right)$$

Fogalmi bevezetés

az 1dim. × 2vált. „Theil” kovariancia mátrix

A ***<u>Jövedelem</u>*** egydimenziós esete$_{(\mathbf{Y}=1,2,3,\ldots,98,99,100)}$

$$\mathbf{C}_T = \begin{array}{c|cc} \text{Változó} & r & D \\ \hline r & Var_r & C_{Theil} \\ D & C_{Theil} & Var_D \end{array}$$

A ***Theil Generalized Variance*** <u>egyenlőtlenség</u>:

$$0 \quad \leq \quad T_{GV} = \det\left(\mathbf{C}_T\right) \quad = Var_r Var_D - C_{Theil}^2 \quad \leq \quad Var_r Var_D$$

$$\Rightarrow \quad R^2 = 1 - \frac{C_{Theil}^2}{Var_r Var_D} = \underline{19.7\%}$$

Az *1dim.* × *2vált.* „Theil” kovariancia mátrix *jelentéstartalma*

$$
\mathbf{C}_T = \begin{array}{c|cc}
Változó & r & D \\
\hline
r & V_Y^2 = 2GE(2) & GE(1)+GE(0) \\
D & GE(1)+GE(0) & Var_{\ln Y}
\end{array}
$$

1. : V_Y : a jövedelem variációs koefficiense (relatív szórása),
2. : Var_{lnY}: a logaritmikus jövedelmek varianciája,
3. : *GE*(1): a Theil-redundancia-index,
4. : *GE*(0): a Theil-Mean-Logarithmic-Deviation index,
5. : *GE*(2): a Hirschman-Herfindahl-index.

A „Theil” variancia *csoportközi* felbontása

A Theil mátrix *külső-belső* dekompozíciója:

$$\mathbf{C}_T = \mathbf{C}_{Belső} + \mathbf{C}_{Külső}$$

$$Wilks' = \det \mathbf{C}_{Belső} / \det \mathbf{C}_T$$

Homogenitásvizsgálat:

$$H_0 : \mathbf{C}_{Bp} = \mathbf{C}_{Nv} = \mathbf{C}_{Tv} = \mathbf{C}_{Kö}$$

$$Box - M = \sum_{group} \ln \frac{\det \mathbf{C}_{Belső}}{\det \mathbf{C}_{group}}$$

A Theil mátrix belső, Wilks' lambda felbontása

$$\mathbf{C}_{\text{Belső}} = 0,3 \cdot \mathbf{C}_{\text{Szegény}} + 0,7 \cdot \mathbf{C}_{\text{Nemszegény}} = \begin{array}{c|cc} \text{Változó} & r & D \\ \hline r & 0.12087 & 0.13163 \\ D & 0.13163 & 0.28708 \end{array}$$

ahol

$$\mathbf{C}_{\text{Szegény}} = \begin{array}{c|cc} \text{Változó} & r & D \\ \hline r & 0.02938 & 0.13194 \\ D & 0.13194 & 0.69913 \end{array}, \quad \mathbf{C}_{\text{Nemszegény}} = \begin{array}{c|cc} \text{Változó} & r & D \\ \hline r & 0.16008 & 0.13150 \\ D & 0.13150 & 0.11049 \end{array}$$

$$Wilks'\ lambda = \frac{0.12087 \cdot 0.28708 - 0.13163^2}{0.05501 : (Total)} = 0.31585$$

$$VE = 1 - 0.31585 = 0.68415$$

A többdimenziós kiterjesztés

3dim. × *6vált.* „Theil” kovariancia mátrix

<u>Dimenziók: *jövedelem, kiadás, vagyon*</u>:

- a *relatív jövedelmek:* $j = r_{jövedelem}$, $k = r_{kiadás}$, $v = r_{vagyon}$,
- a *log*-hozamok: $J = D_{jövedelem}$, $K = D_{kiadás}$, $V = D_{vagyon}$

$$\mathbf{C}_{T_{(2p,2p)}} = \begin{array}{c|cccccc} \textit{Változó} & j & k & v & J & K & V \\ \hline j & C_{jj} & C_{jk} & C_{jv} & C_{jJ} & C_{jK} & C_{jV} \\ k & C_{kj} & C_{kk} & C_{kv} & C_{kJ} & C_{kK} & C_{kV} \\ v & C_{vj} & C_{vk} & C_{vv} & C_{vJ} & C_{vK} & C_{vV} \\ J & C_{Jj} & C_{Jk} & C_{Jv} & C_{JJ} & C_{JK} & C_{JV} \\ K & C_{Kj} & C_{Kk} & C_{Kv} & C_{KJ} & C_{KK} & C_{KV} \\ V & C_{Vj} & C_{Vk} & C_{Vv} & C_{VJ} & C_{VK} & C_{VV} \end{array}$$

A Theil variancia:

$$T_{GV} = \det\left(\mathbf{C}_{T_{(2p,2p)}}\right)$$

Normálás:

a főátló_szorzat bázisában

Szegénységmérési alkalmazás

Cenzorálás a küszöbnél: *„a Takayama – elv”*

$$Z_{Jövedelem}^{censored} = \min\left\{ \underline{Jövedelem}, Küszöb \right\}$$

$$\mathbf{Z} = [\ 1, 2, \ldots, 29, 30 \mid 30, 30, \ldots, 30\ ]$$

Az általánosított szegénység:

$$T_{GV}^{c} \Rightarrow R_{Pov}^{2} = 10.9\%$$

Dimenzióbővítés:

$$Z_{Kiadás}^{censored} = \min\left\{ \underline{Kiadás}, Küszöb \right\}$$

$$Z_{Vagyon}^{censored} = \min\left\{ \underline{Vagyon}, Küszöb \right\}$$