

Modell-bizonytalanság kezelése

Kehl Dániel

PTE-KTK Gazdaságmódszertani Intézet,
Statisztika és Ökonometria Tanszék

STAB ülés – 2015. január 20.



PÉCSI TUDOMÁNYEGYETEM
UNIVERSITY OF PÉCS

Jól-lét az információs társadalomban
TÁMOP-4.2.2.C-11/1/KONV-2012-0005

Nemzeti Fejlesztési Ügynökség
www.ujsechenyiterv.gov.hu
06 40 638 638



A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

1. Bevezetés

2. Modell választás

3. Modell átlagolás

4. Empirikus eredmények



Bevezetés

A bizonytalanság forrásai

- ▶ adatok
 - ▶ mintavételi hiba
 - ▶ mérési hiba
 - ▶ hiányzó adatok
- ▶ paraméterek
 - ▶ reprezentativitás
 - ▶ időben nem állandó paraméterek
 - ▶ becslési problémák
- ▶ modell
 - ▶ ismeretlen ható tényezők
 - ▶ ismeretlen függvényforma
 - ▶ ...

Bevezetés

Modell-bizonytalanság

A modell-bizonytalanság lehetséges megközelítései az ökonometriában: a rendelkezésre álló adatok alapján kiválasztani a potenciális ható tényezők közül a szükséges változókat:

- ▶ modell választás
 - ▶ versengő modellek közül a legjobb kiválasztása
 - ▶ elsősorban klasszikus megközelítés
 - ▶ beágyazott és nem beágyazott modellek
- ▶ modell átlagolás
 - ▶ versengő modellek közül valamennyi figyelembe vétele, megfelelő súly mellett
 - ▶ elsősorban bayesi megközelítés



Modell választás klasszikus szemléletben

Egymásba ágyazott modellek esetén alapvetően likelihood alapján

- ▶ likelihood arány elv
- ▶ Lagrange-multiplikátor elv
- ▶ Wald elv

Nem egymásba ágyazott modellek esetén

- ▶ illeszkedési mutatók, vagy információs kritériumok alapján
 - ▶ az Akaike által javasolt

$$AIC = \frac{2 \log L}{T} + \frac{2k}{T}$$

- ▶ a Schwarz-féle bayes-i információs kritérium
- ▶ a Hannan és Quinn által leírt HQIC-mutató



Modell választás bayesi szemléletben

A Bayes-tétel

$$p(\theta_r | y, M_r) = \frac{p(y | \theta_r, M_r) p(\theta_r | M_r)}{p(y | M_r)}$$

A modell is bizonytalan, valószínűségi változó, így

$$p(M_r | y) = \frac{p(y | M_r) p(M_r)}{p(y)}$$

Két modell összehasonlítása – poszterior esélyhányados

$$PO_{ij} = \frac{p(y | M_i) p(M_i)}{p(y | M_j) p(M_j)}$$

Modell átlagolás

Alapötlet

- ▶ a modell is bizonytalan, kezeljük valószínűségi változóként
- ▶ számítsuk ki a lehetséges modellek „valószerűségét” az adatok alapján
- ▶ minden modellt a neki megfelelő súllyal vegyünk figyelembe a
 - ▶ paraméterbecslés
 - ▶ előrejelzés során
- ▶ K magyarázó változó esetén a lehetséges (lineáris regressziós) modellek száma $R = 2^K \rightarrow$ ez a valóságban hatalmas szám is lehet $\rightarrow$ MC³ algoritmusok

Modell átlagolás Általánosságban

Legyen ϕ az érdeklődésünkre számot tartó vektor, ekkor

$$p(\phi | y) = \sum_{i=1}^R p(\phi | y, M_i) p(M_i | y)$$

illetve

$$\mathbf{E}(\phi | y) = \sum_{i=1}^R \mathbf{E}(\phi | y, M_i) p(M_i | y)$$

Minden modellre meg kell határoznunk a vizsgálni kívánt jellemzőket, majd átlagolnunk azokat, méghozzá úgy, hogy a súlyok pontosan a poszterior modell valószínűségek legyenek.

Modell átlagolás

Lineáris regressziós modellekre

$$y = \alpha \iota_N + X_r \beta_r + \epsilon$$

Legyen

$$p(\alpha) \propto 1 \quad p(h) \propto \frac{1}{h} \quad \beta_r \mid h \sim \mathcal{N}\left(0_{k_r}, h^{-1} [g_r X_r^T X_r]^{-1}\right)$$

Ekkor minden modell marginális likelihoodja, $p(y \mid M_r)$, illetve a prior modell valószínűségek segítségével a poszterior modell valószínűség kiszámítható.

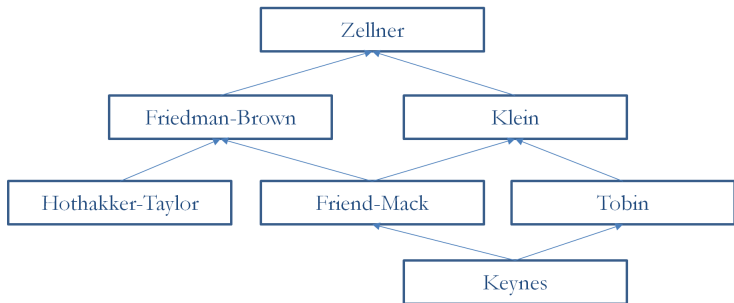
A magyar megtakarítási függvények példáján
Adatállomány (www.mnb.hu, www.ksh.hu): 1 főre jutó

- ▶ megtakarítás
- ▶ jövedelem
- ▶ vagyon

reálértéke 1960-2013 között, éves bontásban



Modell	Specifikáció
Zellner-modell	$s_t = \beta_0 + \beta_1 s_{t-1} + \beta_2 y_t + \beta_3 \Delta y_t + \beta_4 m_t + u_t$
Friedman-Brown-modell	$s_t = \beta_0 + \beta_1 s_{t-1} + \beta_2 y_t + \beta_3 \Delta y_t + u_t$
Klein-modell	$s_t = \beta_0 + \beta_2 y_t + \beta_3 \Delta y_t + \beta_4 m_t + u_t$
Houthakker-Taylor-modell	$s_t = \beta_0 + \beta_1 s_{t-1} + \beta_3 \Delta y_t + u_t$
Friend-Mack-modell	$s_t = \beta_0 + \beta_2 y_t + \beta_3 \Delta y_t + u_t$
Tobin-modell	$s_t = \beta_0 + \beta_2 y_t + \beta_4 m_t + u_t$
Keynes-modell	$s_t = \beta_0 + \beta_2 y_t + u_t$

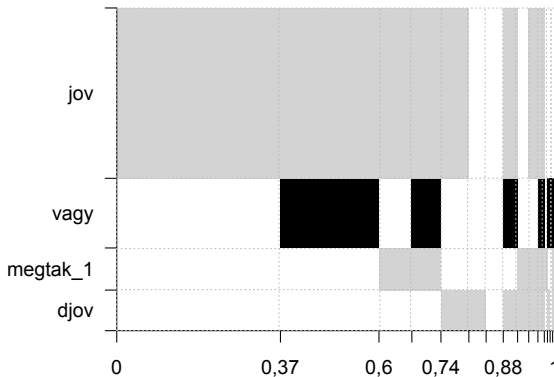


Empirikus eredmények

	Zellner	F-B	Klein	H-T	F-M	Tobin	Keynes
$\hat{\beta}_0$	-5,191 -5,24	-5,569 -5,35	-6,115 -5,27	-1,124 -4,94	-6,36 -5,36	-6,354 -5,01	-7,001 -5,09
$\hat{\beta}_1$	0,22 -0,15	0,193 -0,15	-	0,26 *(0,15)	-	-	-
$\hat{\beta}_2$	0,279 **(0,11)	0,199 *(0,11)	0,309 *** (0,11)	-	0,232 **(0,10)	0,329 *** (0,09)	0,267 *** (0,09)
$\hat{\beta}_3$	0,105 -0,11	0,131 -0,11	0,033 -0,1	0,248 **(0,10)	0,065 -0,1	-	-
$\hat{\beta}_4$	-0,062 *(0,03)	-	-0,057 -0,04	-	-	-0,059 **(0,03)	-
log L	-254,42	-256,13	-255,66	-260	-257,04	-260,15	-261,72
$\tilde{R}^2$	0,179	0,142	0,157	0,097	0,129	0,172	0,139
AIC	9,978	10,005	9,987	10,038	10,001	9,93	9,952
SBIC	10,165	10,155	10,137	10,151	10,114	10,042	10,026
HQIC	10,05	10,062	10,044	10,081	10,045	9,973	9,98
DW	1,903	1,802	1,692	1,828	1,628	1,691	1,637

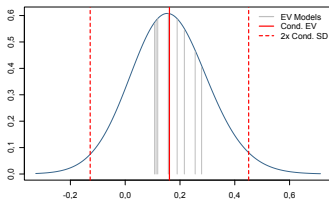
Empirikus eredmények

A poszterior modell valószínűségek

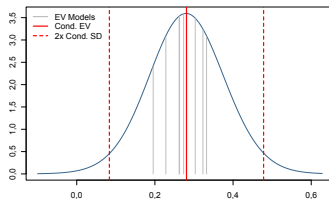


Empirikus eredmények

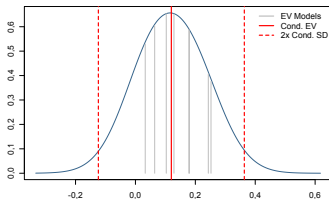
A poszterior paraméterek



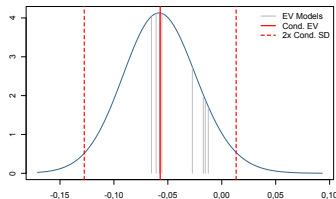
megtak_1



jov



diov



vagy



- ▶ a modell-bizonytalanság kezelése sok eszközzel lehetséges
- ▶ az „egyszerű” modell választás eltekint a modell-bizonytalanságtól, bizonyos esetekben túlságosan optimista képet festhet
- ▶ a priorok kiválasztása némileg befolyásolja az eredményeinket
- ▶ a BMA képes a változók relatív fontosság szerinti rendezésére
- ▶ a klasszikus és a bayesi megközelítés eredményei hasonlóak
- ▶ a megtakarítások nagyságrendjében nem várható érdemi változás



- ▶ bayesi módszerek és alkalmazásaik
- ▶ meta-analízis
- ▶ általában idehaza nem, vagy alig használt módszerek megértése, alkalmazása, adaptálása
- ▶ „computational” statisztika
- ▶ R (magyarítás), $\text{\LaTeX}$, BUGS, JAGS
- ▶ vizualizáció, online interaktív vizualizáció
- ▶ dinamikus feladatgenerálás
- ▶ ...

