

## Módszertan

A halandósági tábla alkalmazható valamely népesség halálozási viszonyainak jellemzésére egy adott pillanatban.

A halandósági táblák szerkesztésénél alkalmazott módszerek függetlenek a vizsgált populációtól, a számításokat mindig az adott népesség adatai alapján kell elvégezni.

### Az osztályozás kategóriái a következők:

- Budapest, város, község;
- régió;
- megye;
- 100 000 főnél nagyobb lélekszámú városok;
- város, község megyénként;
- a települések lélekszáma.

A települések hovatartozásának megállapítása, illetve besorolásuk az adott év január 1-jei közigazgatási állapotnak megfelelően történt.

### Régiók:

Közép-Magyarország:	Budapest és Pest megye;
Közép-Dunántúl:	Fejér, Komárom-Esztergom és Veszprém megye;
Nyugat-Dunántúl:	Győr-Moson-Sopron, Vas és Zala megye;
Dél-Dunántúl:	Baranya, Somogy és Tolna megye;
Dunántúl:	Közép-Dunántúl, Nyugat-Dunántúl, Dél-Dunántúl,
Észak-Magyarország:	Borsod-Abaúj-Zemplén, Heves és Nógrád megye;
Észak-Alföld:	Hajdú-Bihar, Jász-Nagykun-Szolnok és Szabolcs-Szatmár-Bereg megye;
Dél-Alföld:	Bács-Kiskun, Békés és Csongrád megye,
Alföld és Észak:	Észak-Magyarország, Észak-Alföld, Dél-Alföld.

### Az adatok forrása

A koréves és a rövidített halandósági táblák szerkesztéséhez azonos típusú adatokat használunk. A halálozási adatok a halálozási lapok feldolgozásából származnak. A népességszámokat a népszámlálási adatokból továbbszámítással nyerjük. Az országos halandósági táblák pontosak és megbízhatóak. A regionális halandósági táblákban – részben a belföldi vándorlás regisztrációjának problémáiból adódóan – a halandósági valószínűségek jelentősebb mértékben torzíthatnak.

### Adatigény

A halandósági táblák egy naptári év adatain alapulnak. A továbbiakban a következő jelöléseket alkalmazzuk:

- x** – betöltött kor
- B** – elveszületések száma a naptári év folyamán
- P<sub>x</sub>** – x évesek száma az év elején
- D<sub>x</sub>** – azoknak a száma, akik az év folyamán x évesen halnak meg

Az x éves korukban meghaltak két csoportra oszthatók aszerint, hogy melyik évben volt az utolsó születésnapjuk:

- D'<sub>x</sub>** – azok száma, akiknek az adott naptári évben volt az x. születésnapja
- D''<sub>x</sub>** – azok száma, akik már az előző évben betöltötték x. életévüket

Az egyéb jelölések megegyeznek a nemzetközileg alkalmazottakkal.

## Koréves halandósági táblák

A koréves halandósági táblák szerkesztésének nincs nemzetközileg egységesített módszertana, de bőséges a szakirodalma.

A jelenleg alkalmazott módszerek története az 1950-es évekre nyúlik vissza, amikor Pallós Emil kifejlesztette a Becker-Zeuner-formulára alapozott halandósági tábláit. Az 1970-es években, áttérve a Böckh-formulára, lehetővé vált az egy naptári év adatain alapuló táblák készítése.

A továbbélési valószínűségek becslése:

$$p_0 = \frac{(B - D'_0)(P_0 - D''_0)}{BP_0},$$

pozitív x-ekre pedig

$$p_x = \frac{(P_{x-1} - D''_{x-1} - D'_x)(P_x - D''_x)}{(P_{x-1} - D''_{x-1})P_x},$$

$$q_x = 1 - p_x.$$

## Kiegyenítés

1. Négyéves korig nem alkalmazunk kiegyenlítést.
2. A  $4 \leq x \leq 14$  éves kor halandósági valószínűségeire negyedfokú polinomot illesztünk a legkisebb négyzetek módszerével.
3. Tizenöt és hetvenöt éves kor között a Karup-King oszkulatórikus interpolációt alkalmazzuk. A főértékeket a

$$\bar{q}_x = 1.08 Z_x - 0.04(Z_{x-5} + Z_{x+5}) \quad (x = 15, 20, \dots, 75)$$

képlet adja, ahol

$$Z_x = \frac{\sum_{i=-2}^2 q_{x+i}}{5}.$$

Ezek után a kiegyenlített halandósági valószínűségek a

$$\bar{q}_{x+n} = \sum_{j=1}^6 \alpha_{n,j} Z_{x+5(j-3)} \quad (x = 15, 20, \dots, 70; 0 \leq n \leq 4)$$

formula alapján számolhatók, ahol  $\alpha_{n,j}$  az alábbi mátrix  $j$  oszlopának  $(n+1)$  eleme:

0	-0,04000	1,08000	-0,04000	0	0
0,00256	-0,10560	0,98080	0,14560	-0,02400	0,00064
0,00288	-0,10560	0,73760	0,43200	-0,06880	0,00192
0,00192	-0,06880	0,43200	0,73760	-0,10560	0,00288
0,00064	-0,02400	0,14560	0,98080	-0,10560	0,00256

4. Hetvenhat éves kortól a Gompertz-Makeham-függvényt alkalmazzuk:

$$1 - \bar{q}_x = \bar{p}_x = e^{a+bc^x}.$$

Először a  $c$  paramétert becsüljük:

$$c = \sqrt[5]{\frac{H_3 - H_2}{H_2 - H_1}},$$

ahol

$$H_k = \sum_{i=0}^4 \ln p_{76+5(k-1)+i}$$

Az  $a$  és  $b$  paramétereket a legkisebb négyzetek módszerével becsüljük ugyanezen tizenöt év alapján.

A halandósági tábla további oszlopai:

$$\begin{aligned}
 l_0 &= 100\,000 & d_x &= l_x \bar{q}_x & l_{x+1} &= l_x - d_x \\
 L_0 &= \frac{1}{4}l_0 + \frac{3}{4}l_1 & L_x &= \frac{1}{2}(l_x + l_{x+1}) \\
 e_x^0 &= \frac{1}{l_x} \sum_{i=x}^{100} L_x
 \end{aligned}$$

### Rövidített halandósági táblák

A rövidített halandósági táblák módszereit egy 1956-os ENSZ-kézikönyv szabályozza. Az algoritmus részletes leírása megtalálható Chiang könyvében.

$$\begin{aligned}
 {}_nM_x &= \frac{\sum_{i=x}^{x+n-1} D_x}{\sum_{i=x}^{x+n-1} P_x} & {}_nq_x &= n \frac{{}_nM_x}{1 + \frac{n}{2} {}_nM_x} \\
 l_0 &= 100\,000 & {}_nd_x &= l_x {}_nq_x & l_{x+n} &= l_x - {}_nd_x \\
 {}_1L_0 &= 0.3l_0 + 0.7l_1 & {}_nL_x &= \frac{n}{2}(l_x + l_{x+n})
 \end{aligned}$$

Az utolsó intervallumban exponenciális eloszlást feltételezve, az öregkorban hátralevő élettartam:

$${}_{15}L_{85} = \frac{l_{85}}{15M_{85}}$$

A várható élettartam kiszámítása céljából legyen

$$T_x = \sum_{i=x}^{85} {}_nL_i,$$

ahol  $n$   $i$ -től függ. Végül

$$e_x^0 = \frac{T_x}{l_x}.$$

### Irodalom

- Manuals on Methods of Estimating Population. Manual III: Methods for Population Projections by Age and Sex. United Nations publications, Sales No. 56.XIII.3.
- Bárány L. – Gorincsek Gy. (1982) A népességtovábbszámítás módszere. KSH, Budapest.
- Benjamin, B. – Haycocks, H. W. (1970) Analysis of Mortality and Other Actuarial Statistics. Cambridge University Press.
- Benjamin, B. – Pollard, J. H. (1980) The Analysis of Mortality and Other Actuarial Statistics. – Heinemann. London.
- Chiang, L. C. (1968) Introduction to Stochastic Processes in Biostatistics. Wiley. New York.
- Józan P. – Rinágel J. (1980) Magyarország halandósági táblái, 1949–1978. KSH, Budapest.
- Pallós E. (1971) Magyarország halandósági táblái 1900/01-től 1967/68-ig. KSH, Demográfiai Intézet. Budapest.
- Rinágel J. (1981) Halandósági táblák elkészítésének matematikai és számítástechnikai megfontolásai. Rendszerfejlesztési Közlemények. KSH, Budapest.