

TERMELÉSI FÜGGVÉNYEK A MAGYAR IPAR NÉHÁNY ÁGAZATÁBAN

DR. RÉDEY KATALIN – DR. SIPOS BÉLA

A tudományos élet területén az utóbbi évtizedek egyik legjelentősebb változása a matematikai módszerek térhódítása a társadalomtudományokban. Ez a folyamat a közgazdaságtudományokban is végbement. Ebben a folyamatban a módszerek, a technikai bázis, a számítástechnika kialakulásán kívül fontos szerepet játszottak azok az igények, amelyek a gazdasági élet irányításával kapcsolatban léptek fel. Ma már a gazdasági élet tervszerű, eredményes irányítása nem képzelhető el e módszerek alkalmazása nélkül.

A matematikai eszközöket alkalmazó gazdasági elemzést az általánosan használt osztályozás alapján két, egymástól nem teljesen független típusba soroljuk, ezek:

az ökonometria vizsgálatok,
az operációkutatás.

A modern közgazdaságtudomány ágai közül a legutóbbi évtizedekben egyre jelentősebb az ökonometria szerepe. Az ökonometria a közgazdaságtanban megállapított törvényszerűségek alapján, az összefüggéseket matematikai formába „öntve” lehetőséget ad a vizsgált jelenségek kvantitatív statisztikai–közgazdasági elemzésére (1). Az ökonometria modellek sajátos és napjaink gyakorlati közgazdasági életben leggyakrabban alkalmazott formái a *termelési függvények*.

A termelési függvényeknek az a közös jellemzőjük, hogy valamely meghatározott gazdasági egység termelésének volumenét fejezik ki az élőmunka-ráfordítások, a tőkeráfordítások és egyéb tényezők függvényeként, valamilyen vizsgált időszakra vonatkozóan. A termelési függvények tehát olyan explicit függvények, amelyek az

$$Y = (X_1, X_2, \dots, X_n, u)$$

alakban írhatók le, ahol:

Y – a létrehozott kibocsátás (az eredményváltozó),
 X_i – a termelési tényezők (a magyarázó változók), ($i = 1, 2, \dots, n$),
 u – a véletlen tényező.

A termelési folyamat eredményét, a létrehozott kibocsátást igen nagy számú, különböző – műszaki, gazdasági, szociális, természeti – tényező határozza meg, A befolyásoló tényezők közül a termelési függvény azokat tartalmazza, amelyek számszerűsíthetők, és lényeges hatást gyakorolnak a kibocsátásra. A véletlen tényező a

termelési függvényben mint sztochasztikus függvényben a véletlen hatást és az egyéb figyelembe nem vett tényezők hatását képviseli.

A termelési függvények vizsgálatára, a különböző típusú és változatú függvények közül az elemzésre és prognóziskészítésre alkalmas termelési függvények kiválasztására matematikai statisztikai módszerek állnak rendelkezésre. A termelési függvények alapján végzett elemzések lehetővé teszik a vizsgált időszak összefüggéseinek feltárását, számszerűsítését, és ezzel a további alkalmazás alapját teremtik meg. A termelési függvényeket prognóziskészítésre úgy használjuk fel, hogy a változók múltbeli kapcsolatait, a becsült összefüggés-struktúra figyelembevételével következtetünk arra, hogy a termelési folyamat eredményei miként alakulhatnak az előrejelzési időszakban.

A termelési függvények mint ökonometria modellek felírásánál feltételezik, hogy

- a vizsgált törvényszerűség időben állandó, vagy csak lassan változik, vagy ismert a változása;
- az elemzés tárgya, a termelési eredmény közvetlenül vagy közvetve mérhető;
- az elemzés tárgyára lényeges hatást gyakorló tényezők elhatárolhatók azoktól a tényezőktől, amelyeknek szerepe elhanyagolható (sztochasztikus összefüggéstípus);
- az adatok hozzáférhetők és összehasonlíthatók.

A felsorolt feltételek elsősorban módszertani korlátokat jelentenek, mert nem minden gazdasági törvényszerűség jellemezhető elfogadhatóan egzakt formában.

A TERMELESI FÜGGVÉNYEKRŐL

W. Ch. Cobb és P. H. Douglas 1928-ban publikálták közös munkájukat, amelyben először határozták meg a termelési függvény paramétereit. A függvény publikálása után széles körű vita indult meg, amely a függvény alkalmazhatóságával, előnyeinek és hátrányainak egybevetésével foglalkozott. A vitát követően számos kísérlet történt, illetve történik ma is az eredeti Cobb–Douglas-formula továbbfejlesztésére (CES-függvény, CMS-függvény¹ stb.).

Magyarországon először (és világviszonylatban is az elsők között) dr. Kádas Kálmán foglalkozott a Cobb–Douglas-féle termelési függvény alkalmazásával. Vizsgálatait 40 éve végezte, és 1944-ben publikálta eredményeit (2), amelyeket még 1943 közepén a Magyar Statisztikai Társaságban tartott székfoglaló előadásában ismertetett.

Az 1950-es években a matematikai módszerek alkalmazása a gazdaságtanban háttérbe szorult, és így a termelési függvényekkel kapcsolatos kutatások is csak az 1960-as évek elején indultak meg újra Magyarországon.

A termelési függvények gyakorlati alkalmazása területén jelentős eredményeket értek el: Kornai János, Wellisch Péter, Szokolczai György, Stahl János, Mihályffy László, Pölöskei Pál, Rimler Judit, Simon György, Kristó Zoltán és mások (3)–(11). Rimler Judit megállapítja: „A közgazdasági értelmezhetőséget tekintve legfontosabb ismérvnek, a legtöbb esetben az a Cobb–Douglas-féle függvény volt a legjobb a négy függvénytípus közül, amelyben nem szerepel a meg nem testesült technikai fejlődés, és amelyben a volumen hozadéka eltérhet egytől”.² Rimler Judit a következő négy függvénytípussal végzett számításokat: CMS, CES, Cobb–Douglas-típusú függvények (a technikai és a szervezési haladást tartalmazó és nem tartalmazó függvények). Vizsgálatait 1965 előtti adatsorok alapján végezte.

¹ CES – Constant Elasticity of Substitution; CMS – Constant Marginal Shares.

² Lásd (10) 171. old.

Az 1957 és 1975 közötti adatsorok felhasználásával Kristó Zoltán a magyar könnyűipar 10 ágazatára vonatkozó vizsgálatában hasonló eredményre jutott, vagyis eszerint jól használhatók a tetszőleges kitevőösszegű Cobb–Douglas-típusú függvények, amelyek a meg nem testesült technikai haladást nem tartalmazzák. Kristó több függvénytípussal kísérletezett, például konstans és változó helyettesítési elasticitású függvényekkel, Cobb–Douglas-típusú függvényekkel (11). Kádas Kálmán 1945 után végzett kutatási eredményeiből is arra a következtetésre juthattunk, hogy a Cobb–Douglas-formula általában jó közelítést ad. Azért hivatkoztunk Rimler Judit és Kristó Zoltán eredményeire, mert ők is hasonló függvényeket alkalmaztak. Szokolczai György és munkatársai CES-függvénnyel dolgoztak. Ez a függvény a Rimler Judit által illesztett négy függvénytípus közül hármát (a Cobb–Douglas-formájúakat) speciális esetként magába foglalt. Öt paraméterével – a Cobb–Douglas-típusú függvény három paraméterével szemben – sokoldalúbban közelítette meg a fejlődést, ugyanakkor még belül volt a statisztikai becsülhetőség határán.

A korábbi eredményekhez kapcsolódva mi is termelésfüggvény-számításokat végeztünk, amelyek során igyekeztünk hasznosítani a Magyarországon e területen elért eredményeket. A következőkben a vizsgálat adatbázisát és a vizsgálatba bevont termelési függvénytípusokat ismertetjük.

A VIZSGÁLAT ADATBÁZISA

A számításokhoz szükséges adatokat a Központi Statisztikai Hivatal megfelelő kiadványai³ szolgáltatták.

Az ipari termelést (y) az 1960-as bázison számított *terméksoros volumenindex-szel* közelítettük. A terméksoros módszer alkalmazása esetén valamely ágazat termelési volumenének változását – mint ismeretes – az adott ágazat termelő tevékenységét leginkább megjelenítő termékek mennyiségi adataiból számított egyéni indexek súlyozott átlagaként határozzák meg.⁴ Joggal vetődik fel a kérdés: miért éppen ezt a mutatót használtuk?

A bruttó termelési mutatók halmozódást tartalmaznak, ezért torzítanak, a nettó termelés indexei viszont nem álltak rendelkezésre, de az értéki mutatók használata esetén az árváltozások hatásának kiszűrése mindenképpen nagy nehézségekbe ütközött volna. Az is igaz viszont, hogy a terméksorok alapján végzett számítás nem teljes körű megfigyelésen alapul, s az alkalmazott súlyok aránya bizonyos mértékben eltér a nettó termelés súlyarányaitól.

Mivel azonban a termelési függvény definíciójának legjobban a természetes mutatók felelnek meg, és ezt ágazati szinten a terméksoros volumenindexek közelítik, ezért alkalmaztuk ezt a mutatót vizsgálatainkban.

A termeléshez szükséges ágazati *munkaráfordításokat* a következő mutatókkal mértük:

- az összes foglalkoztatott száma (a továbbiakban „foglalkoztatott létszám”), fő (x_{11});
- a munkások száma, fő (x_{12});
- a munkások összes teljesített munkaórája (a továbbiakban „munkások munkaórái”) ezer órában (x_{13});
- a szakmunkások száma, fő (x_{14}).

A számításokban szereplő létszámadatok az évi átlagos állományi létszámmra vonatkoznak.

³ A nemzeti vagyon és az állóeszközállomány. Központi Statisztikai Hivatal. Budapest. 1974.; az 1960–1975. évi statisztikai évkönyvek.

⁴ Az ipari termelés indexei (A számítások módszerrel). Központi Statisztikai Hivatal. Budapest. 1977.

A felhasznált állóeszközök volumenét két adatsorral közelítettük:

- a termelő állóeszközökből a gépek, berendezések, járművek bruttó értékének záró állománya 1968. évi árszinten (a továbbiakban „gépi állóeszköz”), millió forint (x_{21});
- a termelő állóeszköz-állomány (összesen) bruttó értékének záró állománya 1968. évi árszinten (a továbbiakban „összes állóeszköz”) millió forintban (x_{22}).

Célszerű lett volna az állóeszközök volumenét korrigálni az állóeszköz-kihasználási együtthatóval, de ezek az adatok nem álltak rendelkezésünkre.

Az x_{ij} mutatja, hogy melyik tényezőváltozóról van szó.

Szükségesnek tartjuk kiemelni, hogy az árváltozások kiszűrése következtében a rendelkezésre álló adatsorok mindegyike volumenváltozást tükröz, ami közel van a naturális szemlélethez.

Az idősorok – amint már említettük – általában az 1960-tól 1975-ig terjedő időszakra vonatkoznak, kivéve a szakmunkásokét, amely az 1963-tól 1975-ig terjedő időszakot reprezentálja.

A négy élőmunka- és a két állóeszköz-idősor alapján nyolc, közgazdaságilag értelmezhető termelésifüggvény-variáció készült, sorszámozva:

1. $f(x_{11}, x_{21})$, 2. $f(x_{12}, x_{21})$, 3. $f(x_{13}, x_{21})$, 4. $f(x_{14}, x_{21})$,
5. $f(x_{11}, x_{22})$, 6. $f(x_{12}, x_{22})$, 7. $f(x_{13}, x_{22})$, 8. $f(x_{14}, x_{22})$,

A VIZSGÁLATBAN ALKALMAZOTT TERMELESI FÜGGVÉNY-TÍPUSOK

Számításainkban ötfajta termelési függvény mint ökonometriai modell paramétereit határoztuk meg. Figyelembe véve azt, hogy 26 csoportra és csoportonként 8 variáció készült, továbbá mindegyik variációt öt függvénytípussal közelítettük: összesen 1040 függvény paramétereit becsültük meg.⁵ A szóban forgó függvénytípusok a következők:

$$1. \hat{y} = b_0 x_1^{b_1} x_2^{1-b_1}$$

$$2. \hat{y} = b_0 x_1^{b_1} x_2^{b_2}$$

$$3. \hat{y} = b_0 x_1^{b_1} x_2^{b_2} e^{\lambda t}$$

$$4. \hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$$

$$5. \hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 t$$

Az 1. olyan Cobb–Douglas (továbbiakban C–D-függvény) termelési függvény, amely kitevőinek összege az egység (homogén lineáris függvény, amelyre az ismert Euler-tétel alkalmazható). Alapképlete:

$$\hat{y} = b_0 \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{1-b_1}$$

ahol:

- $\hat{y}$ – a terméksoros volumenindex becsült értéke (Index: 1960. év = 100),
- x_1 – az élőmunka-ráfordítás,
- x_2 – az állóeszköz értéke.

⁵ A számítógépes munkát az Egyetemi Számítóközpontban Bakos Éva tudományos munkatárs vezette. Mivel mi a termelésifüggvény-számítást korreláció–regresszió-számításként értelmeztük eltekintettünk a „Cobb–Douglas” jelöléstől és a regressziószámításban alkalmazott jelöléseket használtuk fel.

Az egyenletet x_2 -vel végigosztva:

$$\frac{\hat{y}}{x_2} = \frac{b_0 \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{1-b_1}}{x_2} = b_0 \left| \frac{x_1}{x_2} \right|^{b_1}$$

E függvény mindkét oldalát logaritmizálva:

$$\ln \left(\frac{\hat{y}}{x_2} \right) = \ln b_0 + b_1 \ln \left(\frac{x_1}{x_2} \right)$$

tehát kétváltozós lineáris függvényt kapunk. Ez a klasszikus C–D-függvény. 1945 előtt számítógépek nem álltak rendelkezésre, és így a $b_1 + b_2 = 1$ hipotézis elfogadása lehetővé tette számítógép nélkül a termelési függvény paramétereinek meghatározását.

A 2. függvény C–D termelési függvény, a kitevők összege tetszőleges. A vonatkozó képlet:

$$\hat{y} = b_0 \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2}$$

ahol, mint az előző esetben:

b_1 – az élő munka parciális rugalmassági együtthatója,
 b_2 – az állóeszköz parciális rugalmassági együtthatója.

Ezt a függvénytípust többek között R. M. Solow fejlesztette tovább az időtényező, a technikai és szervezési haladás bevezetésével (29).

A 3. szintén C–D termelési függvény, amely a technikai és szervezési haladást tartalmazza (a kitevők összege tetszőleges). Formulája:

$$\hat{y} = b_0 \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2} \cdot e^{\lambda_t} \quad (t = 1960, 1961, \dots)$$

A λ a termelésnek az az időegység alatti növekménye, amely sem a ráfordítások növekedésének, sem a különböző ráfordítások közötti arányeltolódásoknak nem tulajdonítható. Semleges, beruházásokban meg nem testesült technikai fejlődésnek is nevezik.

A 4. lineáris többváltozós regressziós függvény:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$$

ahol b_0, b_1, b_2 a számított regressziós együtthatók.

Az 5. lineáris többváltozós regressziós függvény az időtényező bevonásával. Formulája:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_t \cdot t \quad (t = 1960, 1961, \dots, 1975)$$

ahol b_0, b_1, b_2, b_t a számított regressziós együtthatók.

A VIZSGÁLAT FONTOSABB EREDMÉNYEI

Kutatásaink fontosabb eredményeit tanulmányorozatban publikáltuk (20).

Vizsgálataink során – többek között – arra a következtetésre jutottunk, hogy az általunk alkalmazott termelésifüggvény-típusok közül a legjobb a tetszőleges kitevő-

összegű C–D-függvény volt, amelynek alakja (2. függvény):

$$\hat{y} = b_0 \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2}$$

Az általunk vizsgált termelésifüggvény-variációk közül „a legjobb” az volt, amelyben az élőmunka-ráfordítást a munkások teljesített munkaóráival (x_{13}), az állóeszközöket a gépi állóeszközökkel (x_{21}) közelítettük.

A KÁDAS-FÉLE TERMELESI FÜGGVÉNY-SZÁMÍTÁS KIEGÉSZÍTÉSE

A következőkben dr. Kádas Kálmán 1931–1940. évekre és saját, 1960–1975. évekre vonatkozó vizsgálataink eredményeit hasonlítjuk össze. A Kádas Kálmán által rendelkezésünkre bocsátott adatok felhasználásával kiegészítő számításokat végeztünk, mivel 1945 előtt csak a $b_1 + b_2 = 1$ típus C–D-függvény (kétváltozós) specifikációjára volt lehetőség. (A számításokat akkor jórészt logarléccel végezték.)

A következő táblában a vizsgálat kiinduló tényezőit mutatjuk be.

A vizsgálat kiinduló tényezői

Megnevezés	A Kádas-féle vizsgálatban	Saját vizsgálatunkban
Iparcsoport	Vas- és fémipar, Gépgyártás, Papírosgyártás	Kohászat Gépipar együtt Papíripar
Vizsgált időszak	1931–1940	1960–1975
Létszám	A munkások munkaórái	A munkások munkaórái
Állóeszköz	A tőke értéke 1931. évi bázison számítva, a műszakok számá- nak figyelembevétele nélkül	A gépi állóeszközök értéke 1968. évi árszinten, a műszakok szá- mának figyelembevétele nélkül
Termelés	Terméksoros volumenindex	Terméksoros volumenindex

Látható, hogy a kapott eredmények összehasonlítására van lehetőség.
Az alábbi függvényeket specifikáltuk:

$$1. \hat{y} = b_0 \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{1-b_1}$$

$$2. \hat{y} = b_0 \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2}$$

$$3. \hat{y} = b_0 \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2} \cdot e^{\lambda_t}$$

A következőkben a kohászatra (1945 előtt vas- és fémipar) vonatkozó számítások révén mutatjuk be azt, hogyan teszteltük, elemeztük standard mutatószámokkal az egyes termelésifüggvény-változatokat.

Mivel az 1945 utáni magyarországi vizsgálatok (és saját elemzéseink) szerint a 2. típusú C–D-függvény a „legjobb”, ezért ezzel kezdjük vizsgálatunkat.

A REGRESSZIÓS FÜGGVÉNYEK TESZTELÉSE

A következő standard mutatószámokkal teszteltük a függvényváltozatokat:

- determinációs együttható,
- az eredmények pontossága,
- a reziduumok autokorrelációs mutatói.

A regressziós modell létezésére vonatkozó feltevésünket ellenőrizhetjük, ha a szórásnégyzetbecslések összehasonlítására az ún. F-próbát alkalmazzuk.

A nullhipotézis:

$$H_0 : b_0 = b_1 = b_2 = 0$$

$$F = \frac{R^2 : (k-1)}{(1-R^2) : (n-k)} \geq F_{0,05}$$

ahol:

- R^2 – többszörös determinációs együttható,
 k – a becsült paraméterek száma (példánkban 3),
 n – az évek száma,
 $F_{0,05}$ – az F-eloszlás szignifikancia-pontja, ha a számláló szabadságfoka $(k-1)$, a nevezőé $(n-k)$.

Az 1931-től 1940-ig terjedő időszakban (az 1932-es adat hiányzik):

$$F = \frac{R^2 : (3-1)}{(1-R^2) : (9-3)} \geq 10,9$$

$$|r| \geq 0,885$$

$$R^2 \geq 0,783$$

Az 1960-tól 1975-ig terjedő időszakban:

$$F = \frac{R^2 : (3-1)}{(1-R^2) : (16-3)} \geq 3,8$$

$$|r| \geq 0,607$$

$$R^2 \geq 0,368$$

Tehát, ha R^2 nagyobb a fent meghatározott értékeknél, akkor elfogadhatjuk azt a feltételezést, hogy a modell jól tükrözi a valóságot (5 százalékos szignifikancia-szinten).

A regressziós becslés pontosságát a reziduális (σ_e) és relatív-reziduális (V_e) szórással, valamint a paraméterek standard hibájával (σ) mérjük.

A parciális korrelációs együttható esetén meg kell vizsgálni, hogy az együttható értéke, amelyet a minta értékeiből becsülünk, valóban eltér-e 0-tól, vagy pedig a mintavétel véletlenszerűségéből fakad (21).

Ennek megfelelően a nullhipotézis:

$$H_0 : r_{(ey, e_{xi})} = 0$$

A t-próba értéke:

$$|t| = \frac{r_{(ey, e_{xi})} \cdot \sqrt{n-k}}{\sqrt{1-r_{(ey, e_{xi})}^2}} \cong t_{0,05(n-k)}$$

A fentiek alapján:

az 1931-től 1940-ig terjedő időszakra:

$$|r_{(ey, e_{xi})}| \geq 0,724$$

az 1960-tól 1975-ig terjedő időszakra:

$$|r_{(ey, e_{xi})}| \geq 0,514$$

eredményeket kaptunk.

A paraméterek standard hibáinak (σ_{bi}) kiszámítására a

$$\frac{b_i}{|t|} = \sigma_{bi}$$

összefüggéseket használtuk fel.

A multikollinearitást χ^2 -próbával ellenőriztük:

$$\chi^2 = - \left[n-1 - \frac{1}{6}(2, p+5) \right] \log |R'| \leq \chi_{0,05}^2$$

szabadságfok $\frac{1}{2} \cdot p(p-1)$, ahol a még nem ismert jelölések:

p – a tényezőváltozók száma (példánkban 2),

R' – a tényezőváltozók korrelációs matrixának determináns értéke (példánkban $1.1 - r_{12}r_{12}$).

$$\chi^2 = - \left[16-1 - \frac{1}{6}(2.2+5) \right] \log (1-r_{12}^2) \leq \chi_{0,05}^2 (\text{sz. f. 1.}) = 3,841$$

az egyenlőtlenséget megoldva: $-0,693 \leq r_{12} \leq 0,693$.

Vagyis, ha a tényezőváltozók korrelációs együtthatója (r_{12}) a fenti tartományba esik, elfogadhatjuk azt a feltételezést ($p = 0,05$), hogy a multikollinearitás mértéke elhanyagolható, míg ha az együttható e tartományon kívül van, a multikollinearitás mértéke zavaró.

A kapcsolat természetéről hasznos információkat nyerhetünk a korrelációs matrix elemzéséből. Meg kell vizsgálnunk, hogy a korrelációs együttható értéke – amelyet a minta értékeiből becsültünk – vajon valóban eltér-e 0-tól, vagy pedig a mintavétel véletlenszerűségéből fakad?

Ennek megfelelően a nullhipotézis:

$$H_0 : r_{ij} = 0 \quad i \neq j$$

ahol r_{ij} az i -edik és a j -edik változó közötti korrelációs együttható.

A t-próba értéke (5 százalékos szignifikancia-szinten):

$$|t| = \frac{r_{ij}}{\sqrt{1-r_{ij}^2}} \cdot \sqrt{n-2} \geq t_{0,05(n-2)}$$

Példánkban 1960 és 1975 között ($n=16$):

$$|t| = \frac{r_{ij}}{\sqrt{1-r_{ij}^2}} \cdot \sqrt{16-2} \geq t_{0,05(14)} = 2,145$$

Az egyenlőtlenséget megoldva:

$$|r_{ij}| \geq 0,497$$

1931 és 1940 között ($n = 9$):

$$|r_{ij}| \geq 0,687$$

adódik.

A mondottakat szemlélteti az 1. tábla.

1. tábla

*Az eredmények áttekintő táblázata
a χ^2 és a t-próba alapján*

(r_{12})	r_{12} szignifikáns	A multikol- linearitás zavaró
0,000–0,497	nem	nem
0,497–0,753	igen	nem
0,753–1,000	igen	igen

Az autokorreláció vizsgálatára a Durbin–Watson-féle d mutatót alkalmaztuk. (Ezt a mutatót használjuk általában az ökonometriai modellekben.) Példánkban a d mutató alapján történő teszteléshez a következő küszöbértékeket használtuk fel:

- elfogadási tartomány = $1,54 < d \text{ mutató} < 2,56$
- nem lehet dönteni = $0,98 < d \text{ mutató} < 1,54$
- szignifikáns autokorreláció = $d \text{ mutató} < 0,98$

A KOHÁSZATRA (VAS- ÉS FÉMIPARRA) VONATKOZÓ TAPASZTALATI EREDMÉNYEK

A kohászatra (1945 előtt vas- és fémipar) vonatkozó eredményeket a 2. táblában foglaltuk össze.

Az élő munka parciális rugalmassági együtthatója (b_1) mindkét vizsgálatban elég magas. A Kádas-féle vizsgálatban b_2 , az állóeszközök parciális rugalmassági együtthatója gyakorlatilag nulla, és a t-próba alapján is arra a következtetésre jutottunk ($t_2 = 0,029$), hogy nincs jellegzetes kapcsolat a termelés és az állóeszközök között. Az 1. ábrából egyértelműen kitűnik, hogy itt az 1930-as évek beruházási programjának felfutása megelőzte a termelés felfutását, majd 1940-ben, a háborús események hatására a termelés és a termelékenység csökkent. A választott számítási eljárás ezért nem írhatja le jól a vizsgált folyamatokat. Saját vizsgálatunkban azt állapíthatjuk meg a t-próba alapján ($t_2 = 35,92$), hogy a gépi állóeszközök értéke és a termelés között igen szoros a kapcsolat.

A többszörös determinációs együttható ($R^2 = 0,861$, illetve $R^2 = 0,992$) mindkét vizsgálatban nagyobb, mint az általunk számított küszöbérték, tehát statisztikai szempontból azt mondhatjuk, hogy a regressziós modell jól tükrözi a valóságot. A $v = b_1 + b_2$ kifejezéssel határozzuk meg az ún. volumenhozadékokat, amely azt fejezi ki, hogy a termelés viszonylagos növekedése nagyobb-e ($v > 1$) vagy kisebb-e ($v < 1$), mint a ráfordítások növekedése, illetve azokkal egyenlő-e ($v = 1$).

A Kádas-féle vizsgálatban egynél kisebb volumenhozadékokat ($v = 0,818$) kaptunk, aminek azt volt az oka, hogy az állóeszközök parciális rugalmassági együtthatója gyakorlatilag nulla volt ($b_2 = 0,008$). Saját vizsgálatunkban a kohászatra valószínűleg magas volumenhozadékokat kaptunk, amit közgazdaságilag nem tudunk indokolni.

Az állami iparban (azonos variáció és függvénytípus:

$$\hat{y} = b_0 \cdot x_{13}^{b_1} \cdot x_{21}^{b_2}$$

esetén) a volumenhozadék 1,146, a nehéziparban pedig 1,224 volt.

A volumenhozadék (v) a nehézipar hat ágazatában jelentősen szóródik. A legmagasabb értéket a kohászatban kaptuk ($v = 2,446$), ezt követi az építőanyag-ipar ($v = 1,645$), és legkisebb a volumenhozadék a villamosenergia-iparban ($v = 0,619$). A kohászatban a volumenhozadékra kapott 1960–1975. évi érték elfogadhatatlanul magas, aminek az egyik oka lehet az, hogy ebben a másfél évtizedben – jórészt az ekkor végrehajtott rekonstrukció hatására – nagyon nagy és nagyon kedvező változás következett be az ágazat műszaki színvonalában. Ennek folytán úgy tűnik, hogy a műszaki fejlődési tényezővel nem számoló függvény nem írhatja le jól az események alakulását, és ez az oka a b_1 és a b_2 paraméterre kapott torzított értéknek. A más ágazatokra vonatkozó eredményeket csak az összehasonlítás céljából említettük meg.

2. tábla

Tetszőleges kitevőösszegű (2. típus)
C–D-függvény számításának eredményei*

Megnevezés	A Kádas-féle vizsgálatban (1931–1940)	Saját vizsgálá- latunkban (1960–1975)
b_1	0,810	1,590
σb_1	0,181	0,274
lt_1	4,470	5,793
b_2	0,008	0,856
σb_2	0,275	0,024
lt_2	0,029	35,920
R^2	0,861	0,992
$r_{y1.2}$	0,877	0,849
$r_{y2.1}$	0,012	0,995
r_{12}	0,857	0,261
χ^2 -próba	+	–
r_{y1}	0,963	0,887
r_{y2}	0,827	0,987
d mutató	1,407	1,698
s_n/s_0	0,733	2,081
P_n/P_0 (‰)	71,60	206,40
E_n/E_0 (‰)	97,41	93,60
$v = b_1 + b_2$	0,818	2,446
V_e	0,02	0,02

* Kohászat: $\hat{y} = b_0 \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2}$

A multikollinearitást χ^2 -próbával teszteltük. A 2. táblában a nem zavaró multikollinearitást „–” jel mutatja, ha az r_{12} kisebb az általunk számított kritikus értéknél. A káros mértékű multikollinearitást „+” jellel tüntetjük fel. A korrelációs együtthatók (r_{y1} és r_{y2}) a kritikus értéknél nagyobbak, tehát a termelés és az élő munka, illetve a termelés és az állóeszközök között szignifikáns a kapcsolat.

A d mutató alapján nincs szignifikáns autokorreláció a saját vizsgálatunkban, a Kádas-féle vizsgálatban pedig nem tudunk dönteni. A V_e mutatja a relatív reziduális szórást, ami mindkét vizsgálatban a kritikus 10 százaléknál kisebb.

A termelési folyamat jellemzője annak a szükséges beruházásnak a nagysága, amely egységnyi munkaerő állóeszközökkel történő helyettesítéséhez szükséges. Ezt mutatja az ún. helyettesítési határárány (s), amely a parciális deriváltak hányadosa. A helyettesítési határárány nagysága

$$s = \frac{b_1}{b_2} \cdot \frac{x_{21}}{x_{13}}$$

egyenesen arányos a munkaerő parciális termelékenységevel, de fordítottan arányos az állóeszközök parciális hatékonyságával.

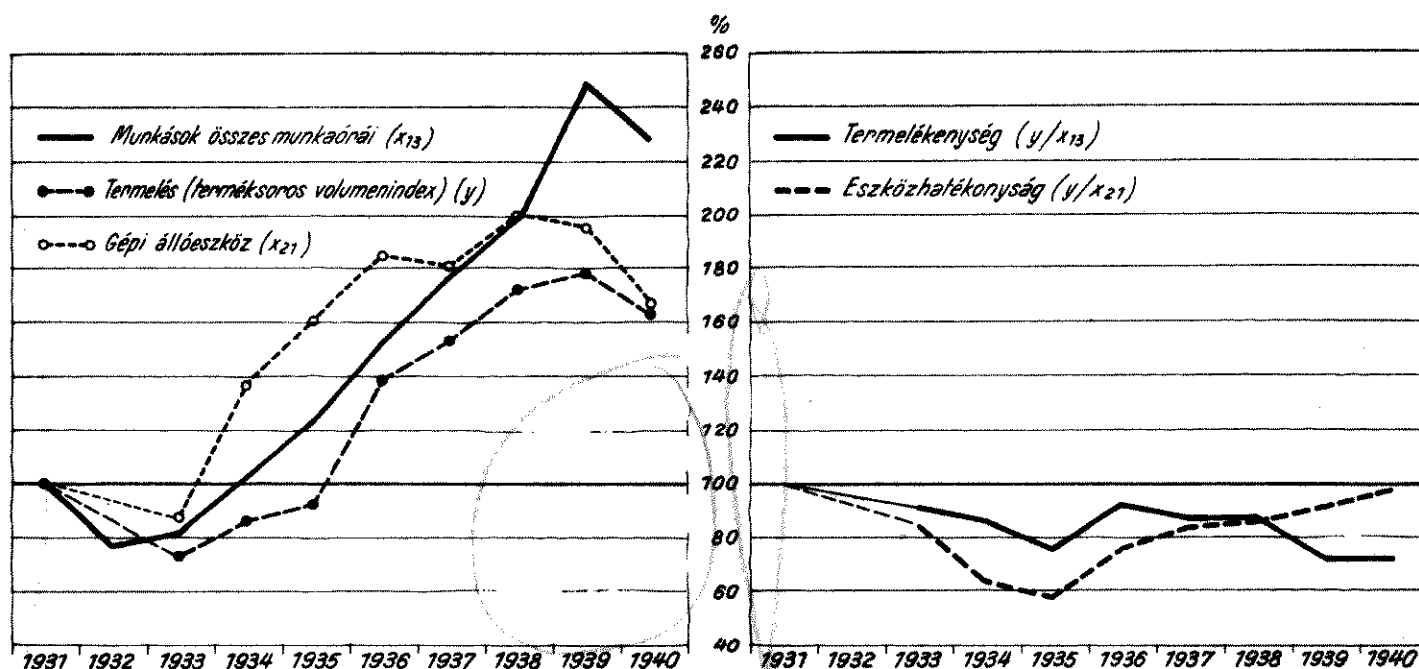
1960 és 1975 között a helyettesítési határárány mintegy 2,5-szeresére emelkedett, de mivel a b_1/b_2 arány állandó, ezért csak a munka technikai felszereltségének (az ezer munkaóra jutó gépi állóeszközök értékének) növekedése okozta a helyettesítési határárány változását. 1931 és 1940 között a helyettesítési határárány mintegy 30 százalékkal csökkent. A 2. táblában 0 jelöli az első évet és n az utolsó évet. A P_n/P_0 a termelékenység változását mutatja, ha $P_0 = 100$ százalék. A kohászatban 1931 és 1940 között a termelékenység mintegy 30 százalékkal csökkent, 1960 és 1975 között viszont mintegy megkétszereződött (206,4 százalékra nőtt).

A termelékenységet úgy határoztuk meg, hogy a vizsgálat utolsó évében a bázishoz viszonyított termelésváltozás indexét osztottuk a létszámváltozás indexével.

Hasonló módon határoztuk meg az eszközhatékonyság (E) változását is. Az eszközhatékonyság változása az egységnyi állóeszközre jutó termelés változását mutatja a vizsgált időszakban (E_n/E_0). Az eszközhatékonyság mindkét időszakban csökkent a kohászatban, 1931 és 1940 között 3, 1960 és 1975 között 6,4 százalékkal.

A termelésifüggvény-számítások alapadatainak, valamint az átlagmutatók (termelékenység és eszközhatékonyság) alakulását a Kádas-féle vizsgálatban az 1. ábra, a saját vizsgálatunkban a 2. ábra mutatja, a kohászatra (1945 előtt vas- és fémipar) vonatkozóan.

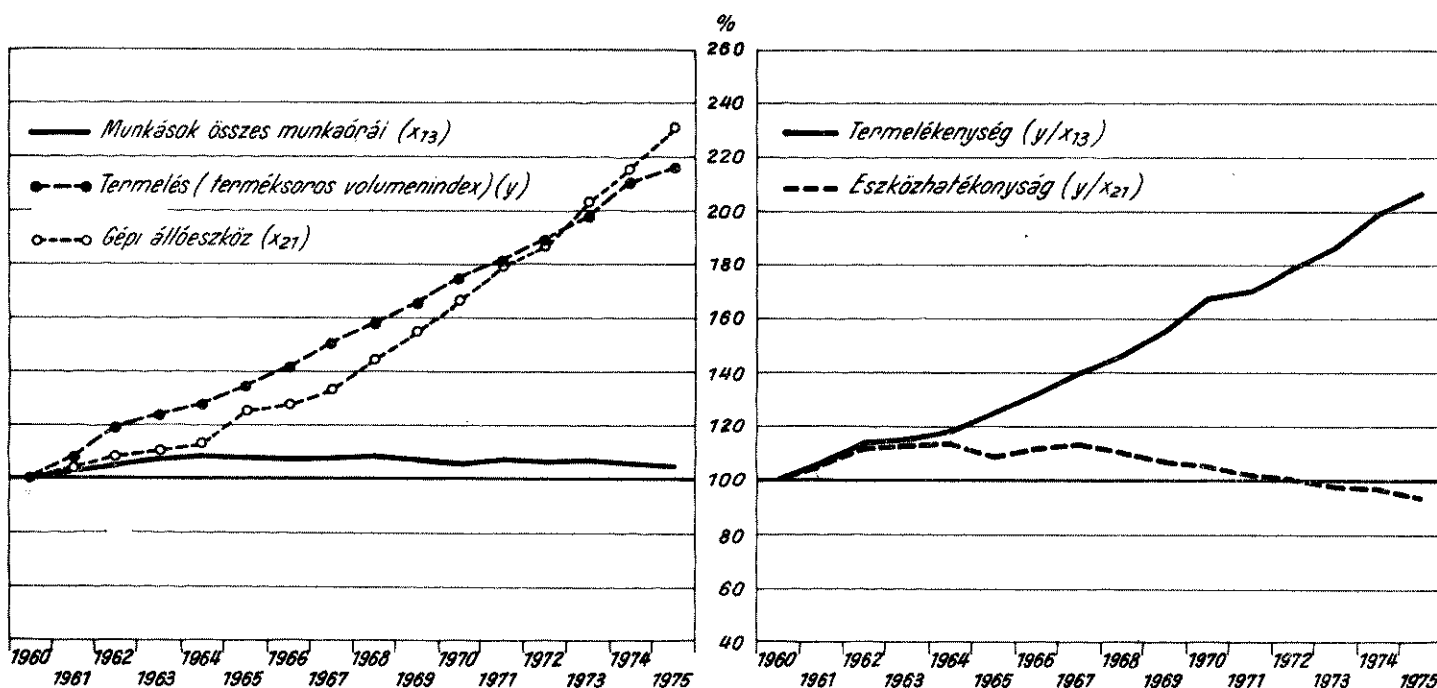
1. ábra. A termelésifüggvény-számítás alapadatai, a termelékenység és az eszközhatékonyság a Kádas-féle számításban
(Index: 1931. év = 100)



Az 1. ábrából látható, hogy a vas- és fémiparban (ma: kohászat) 1931 és 1940 között a termelés és tényezői hasonló tendenciákat, növekedést mutatnak, visszaesés

1940-ben következett be. A termelés tényezőinek (a munkások teljesített munkaórái és a gépi állóeszközök 1931. évi árszinten) növekedése meghaladta a termelés növekedését a bázisévhez képest. A termelékenység és a gépi állóeszközök hatékonysága ennek megfelelően csökkent, illetve stagnált.

2. ábra. A termelésfüggvény-számítás alapadatai, a termelékenység és az eszközhatékonyság saját vizsgálatunkban
(Index: 1960. év = 100)



A 2. ábra mutatja, hogy a kohászatban 1960 és 1975 között a létszám (a munkások teljesített munkaórái) nem változott, a gépi állóeszközök értéke 2,3-szeresére, a termelés több mint kétszeresére (2,16-szorosára) emelkedett. Valószínű, hogy az élő munka magas parciális rugalmassági együtthatója ($b_1 = 1,590$) az ismertetett ellentétes tendenciáknak az eredménye. A munkatermelékenység ezért megkétszereződött 1975-re (1960-hoz viszonyítva), az eszközhatékonyság viszont némi növekedés után, 1973 óta csökkent. Ennek az az oka, hogy a vizsgálat utolsó éveiben a gépi állóeszközök állományának növekedési üteme meghaladta a termelés növekedési ütemét. A műszaki fejlődés eltérő üteme is okozhatta ezeket az eredményeket.

Az ipar legtöbb ágazatában – a villamosenergia-ipart, a gépipar néhány ágazatát és az élelmiszeripart kivéve – hasonló tendenciát tapasztaltunk, vagyis a termelő állóeszközök egységnyi bruttó értékére jutó termelés indexe 1970 óta csökkent. Az állami iparban 1970 és 1977 között a csökkenés 11,5, a szövetkezeti iparban 45 százalék volt (23). Ez károsan befolyásolta az eszközhatékonyságot: a legtöbb ágazatban legfeljebb a fajlagos gépállománnyal azonos mértékben nőtt.

Felmerül a kérdés, hogy $b_1 + b_2 = 1$ feltétel mint hipotézis elfogadható-e. Ezt a következő próbafüggvénnyel ellenőrizhetjük (22):

$$F = \frac{(Q_1 - Q_2) : 1}{Q_2 : (n - k)} \geq F_{0.05}$$

ahol:

- Q_1 – az eltérés négyzetösszege logaritmizált alakban, amikor a kitevők összege egy;
- Q_2 – az eltérés négyzetösszege logaritmizált alakban, amikor a kitevők összege tetszőleges;
- $F_{0.05}$ – a számláló szabadságfoka 1, nevezője $n - k$.

Például az 1931-től 1940-ig terjedő vizsgálat alapján (ha $b_1 + b_2 = 1$):

$$\hat{y} = 2,516 \cdot x_1^{0,758} \cdot x_2^{0,242}$$

$$F = \frac{1,19 - 0,07}{0,07 : (9-3)} = 96 > 5,99$$

vagyis hipotézisünket F-próba alapján nem fogadhatjuk el. ($F_{0,05}$, ha a számláló szabadságfoka 1, a nevezőé 6, akkor 5,99-dal egyenlő.)

Az időtényező bevonásával az alábbi függvényeket kaptuk:

az 1931–1940. évekre:

$$\hat{y} = 0,321 \cdot x_1^{1,266} \cdot x_2^{-0,006} \cdot e^{-0,006 \cdot t}$$

az 1960–1975. évekre:

$$\hat{y} = 0,0000001 \cdot x_1^{0,531} \cdot x_2^{-0,02} \cdot e^{0,050 \cdot t}$$

Mivel a holt munka parciális rugalmassági együtthatója mindkét esetben negatív és nem szignifikáns, ezért ezt a függvénytípust nem tudjuk előrejelzésre és elemzésre felhasználni. Az 1931–1940. évi vizsgálatnál a semleges beruházásokban meg nem testesült technikai fejlődés negatív, az 1960–1975. éviben pozitív.

A GÉPIPARRA ÉS A PAPIRIPARRA VONATKOZÓ NÉHÁNY EREDMÉNY

A két iparágra vonatkozó eredményeinket a 3. táblában foglaltuk össze.

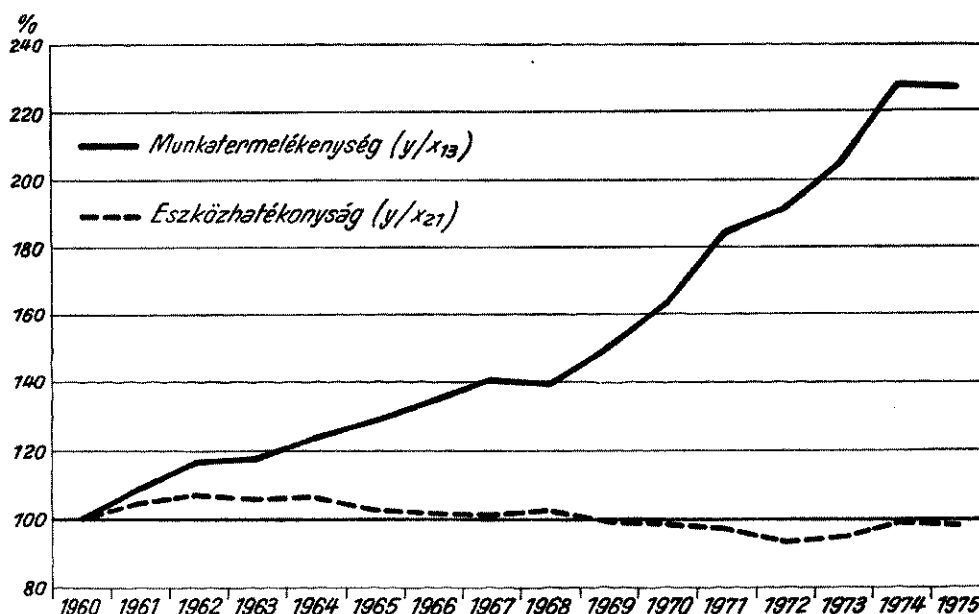
3. tábla

C–D termelési függvény számításának eredményei

Megnevezés	A Kádas-féle vizsgálatban (1931–1940)	Saját vizs- gálatunkban (1960–1975)	A Kádas-féle vizsgálatban (1931–1940)	Saját vizs- gálatunkban (1960–1975)
	a gépiparra vonatkozóan		a papíriparra vonatkozóan	
$\hat{y} = b_0 \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2}$				
b_1	0,240	0,172	1,001	0,937
σb_1	0,210	0,160	0,260	0,130
$r_{y1,2}$	0,454	0,284	0,843	0,894
$ t_1 $	1,139	1,068	3,838	7,193
b_2	0,580	0,898	0,642	0,309
σb_2	0,398	0,039	0,317	0,048
$r_{y2,1}$	0,546	0,988	0,637	0,870
$ t_2 $	1,457	23,064	2,024	6,362
$v = b_1 + b_2$	0,820	1,070	1,643	1,246
d mutató	2,357	1,177	2,237	1,815
R	0,820	0,995	0,931	0,994
r_{12}	0,867	0,781	0,784	0,793
χ^2 -próba	+	+	+	+
$\hat{y} = b_0 \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2} \cdot e^{\lambda t}$				
b_1	0,429	0,346	0,208	0,781
b_2	0,513	-0,185	0,499	0,122
λ	-0,035	0,075	0,095	0,025
$\hat{y} = b_0 \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{1-b_1}$				
b_1	0,156	0,088	0,924	0,588

A munkatermelékenység és az eszközhatékonyság 1960 és 1975 közötti alakulását a gépiparban a 3. ábra, a papíriparban a 4. ábra mutatja.

3. ábra. A gépipari termelékenység és eszközhatékonyság alakulása saját vizsgálatunkban
(Index: 1960. év = 100)



A 3. táblából látható, hogy a gépiparra vonatkozóan az élő munka parciális rugalmassági együtthatója (b_1) mindkét vizsgálatban alacsony. A parciális korrelációs együtthatók ($r_{y1,2}$) alapján arra a következtetésre jutottunk, hogy (5 százalékos szignifikancia-szinten) nincs szignifikáns kapcsolat a termelés és az élő munka között az állóeszközök hatásának kiszűrése mellett. Mivel a t_1 értékek valamivel nagyobbak, mint egy, ezért a paraméterek standard hibái (σb_1) kisebbek a paraméterek (b_1) értékeinél, vagyis a relatív hiba kisebb, mint 100 százalék. Statisztikai szempontból ezek az eredmények még elfogadhatók (10).

A b_2 (az állóeszközök parciális rugalmassági együtthatói) paraméterek lényegesen nagyobbak, mint a b_1 (az élő munka parciális rugalmassági együtthatói) paraméterek mindkét vizsgálatban. Ennek megfelelően a parciális korrelációs együtthatók is nagyobbak.

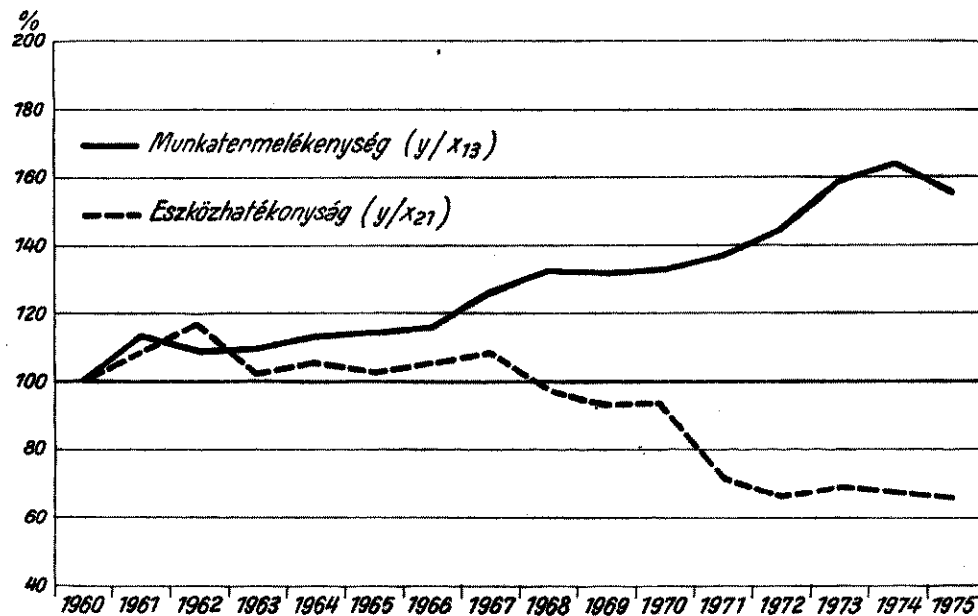
A multikollinearitás mértéke a χ^2 -próba alapján mindkét vizsgálatban zavaró, 1960 és 1975 között a gépiparban a volumenhozadék 1,07, és F-próba alapján is elfogadhatjuk a $b_1 + b_2 = 1$ hipotézist. Vagyis a gépiparban alkalmazható a klaszikus Cobb–Douglas-féle termelési függvény, ahol a kitevők összege egy. A Durbin–Watson-féle d mutató alapján a Kádas-féle vizsgálatban nincs szignifikáns autokorreláció ($p = 0,05$), a saját vizsgálatunkban nem tudunk dönteni.

A 3. ábrából látható, hogy a gépiparban 1960 és 1975 között a munkatermelékenység mintegy kétszeresére nőtt, az eszközhatékonyság az 1960-as szinten maradt, nem változott. A gépiparban – saját vizsgálatunkban – az időtényező bevonásával közgazdasági szempontból nem kaptunk értelmezhető eredményt, mert az állóeszközök parciális rugalmassági együtthatója negatív.

A papíriparban (lásd a 3. táblát) az élő munka parciális rugalmassági együtthatója (b_1) mindkét vizsgálatban nagy, egy körüli értéket vesz fel. A parciális korrelációs együttható ($r_{y1,2}$) alapján szignifikáns a kapcsolat – mindkét vizsgálatban – a termelés és az élőmunka-ráfordítás között (ha $p = 0,05$), kiszűrve az állóeszközök hatását. A b_2 paraméterek is szignifikánsak ($p = 0,05$). A multikollinearitás mértéke mindkét vizsgálatban zavaró. A Kádas-féle vizsgálatban nincs szignifikáns auto-

korreláció, a saját vizsgálatunkban nem tudunk dönteni a d mutató alapján. A volumenhozadék mindkét vizsgálatban az egyet meghaladja, és F-próba alapján nem fogadhatjuk el a $b_1 + b_2 = 1$ hipotézist. Az időtényező bevonásával közgazdaságilag értelmezhető eredményt kaptunk, de a b_1 és a b_2 paraméterek mindkét vizsgálatban jelentősen csökkentek.

4. ábra. A papíripari termelékenység és az eszközhatékonyság alakulása saját vizsgálatunkban
(Index: 1960. év = 100)



A 4. ábrából látható, hogy 1960 és 1975 között az eszközhatékonyság csökkent, a termelékenység pedig nőtt a papíriparban.

Vizsgálataink során tehát több esetben meglepő, ismereteink szerint nem teljesen indokolható eredményekre és tendenciákra bukkantunk. Úgy tűnik, hogy saját vizsgálatunkban az állami iparra és annak főbb ágazataira statisztikailag és közgazdaságilag jó eredményeket kaptunk, ugyanakkor ezt nem mondhatjuk el az egyes alágazatokra vonatkozóan (⟨24⟩ 116–126. old.).

•

Jelen tanulmányunkban kiegészítettük dr. Kádas Kálmánnak a Központi Statisztikai Hivatalban 40 évvel ezelőtt kidolgozott termelési függvényeit, illetve függvény-számításait az azóta rendelkezésre álló újabb módszertani és adatszerű információk felhasználásával. Ugyanakkor úgy véljük, hogy az összehasonlító, kiegészítő elemzés tanulságainak, eredményeinek közlésével rávilágítottunk annak az úttörő tevékenységnek az értékére is, amelyet Kádas professzor az ökonometriai jellegű kutatások területén (különösen a vállalati alkalmazásokban) kifejtett.

IRODALOM

- (1) Nyitrai Ferencné – Rédey Katalin: Statisztika. III. rész. Tankönyvkiadó. Budapest. 1978. 195. old.
- (2) Kádas Kálmán: Az emberi munka termelékenységének statisztikai vizsgálata a magyar gyáriparban. (A Cobb–Douglas-féle statisztikai törvény kiegészítése.) *Magyar Statisztikai Szemle*. 1944. évi 7–8. sz. 273–318. old.
- (3) Kornai János – Wellisch Péter: A kalkulatív kamatláb és bértarifa a hosszú lejáratú gazdaságossági számításokban. I. Elméleti elemzés II. Statisztikai vizsgálat és elszámolási elvek. *Közgazdasági Szemle*. 1963. évi 12. sz. 1456–1475. old.; 1964. évi 1. sz. 76–91. old.
- (4) Szokolczai György – Stahl János: Ágazati termelési függvények a magyar iparban. *Közgazdasági Szemle*. 1967. évi 6. sz. 739–757. old.
- (5) Szokolczai György – Stahl János: Increasing or decreasing returns to scale in the constant elasticity of substitution production function. *The Review of Economics and Statistics*. 1969. évi 1. sz. 84–90. old.

- (6) Az állami ipar termelési függvényei (20 iparcsoportra). Az ártervezés ökonometria modelljének eredményei V. Országos Anyag- és Árhivatal — INFELOR Rendszertechnikai Vállalat. Budapest. 1970. 45, (26) old.
- (7) Szakolczai György — Pölöskei Pál: Termelési függvények felírása technológiai adatok alapján. *Sigma*. 1972. évi 1. sz. 25–47. old.
- (8) Mihályffy László — Szakolczai György: Az állóeszköz-állomány optimális növekedési üteme. INFELOR Közlemények 7. Budapest. 1974. 170 old.
- (9) Pölöskei Pál — Szakolczai György: Az ágazati CES termelési függvény számítások újabb eredményei és egyes módszertani tapasztalatai. *Sigma*. 1972. évi 1. sz. 3–23. old.
- (10) Rimler Judit: Fejldéselemzés ökonometria módszerekkel. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. Budapest. 1976. 375 old.
- (11) Kristó Zoltán: Termelési függvények a gazdasági elemzésben. Ökonometria füzetek 16. sz. Központi Statisztikai Hivatal Ökonometria Laboratóriuma. Budapest. 1979. 145 old.
- (12) Kádas Kálmán: Közlekedésgazdaságtan. Tankönyvkiadó. Budapest. 1972. 463 old.
- (13) Kádas Kálmán: A közlekedéssziszitika módszerei. Tankönyvkiadó. Budapest. 1974. 231 old.
- (14) Kádas Kálmán: A matematikai sziszitika közúti forgalomtechnikai alkalmazásai. Mérnöki Továbbképző Intézet kiadványai 112. Budapest. 1965. 185 old.
- (15) Kádas Kálmán: A vállalati operációkutatás és a népgazdasági hatékonyság konfliktus helyzetei és kiküszöbölésük lehetőségei. Megjelent: A vállalati alapok optimális kihasználása. A szocialista vállalat 5. Akadémiai Kiadó. Budapest. 1976. 41–50. old.
- (16) Kádas Kálmán: Matematikai módszerek a közlekedés és hírközlés vezetésében. Megjelent: Vezetési ismeretek. (Szerk.: Susánszky János.) Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. Budapest. 1967. 331–379. old.
- (17) Kádas Kálmán: Többfokozatú prognózisok módszereiről. Komplex jövőképek — prognózisok és tervek — módszertani kérdések. (II. Magyar Jövőkutató Konferencia 1978. október 3–5. Székesfehérvár. I. köt.) Szervezési és Vezetési Tudományos Társaság. (Budapest. 1978.) 59–79. old.
- (18) Kádas Kálmán: Az ökonometria és a matematikai sziszitika. Megjelent: A magyar sziszitikai felsőoktatás kétszáz éve. Központi Statisztikai Hivatal. Budapest. 1979. 369–376. old.
- (19) Kádas Kálmán: A kibernetika és ökonometria kategóriáinak felhasználási lehetőségei. *Vezetéstudomány*. 1976. évi 8. sz. 44–47. old.
- (20) Rédey Katalin — Sipos Béla: A termelési függvények felhasználása ágazati és vállalati prognózis-készítésre. *Ipari és Építőipari Statisztikai Értesítő*. 1978. évi 8–9. sz. 305–321. old.; 11. sz. 397–412. old.; 1979. évi 2–3. sz. 86–97. old.; 6. sz. 220–225. old.
- (21) Jahn W. — Vahle H.: A faktoranalízis és alkalmazása. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. Budapest. 1974. 231 old.
- (22) Mundruczó György — Kerékgyártó Györgyné: Alkalmazott regresszió számítás. Tankönyvkiadó. Budapest. 1975. 201 old.
- (23) Komjáti Zoltán: A műszaki fejlődés és hatása a munkaerő struktúrájára. Kézirat. 1978.
- (24) Sipos Béla: Tudományos elemzések és prognózismódszerek hasznosítása az iparvállalatok tervének megalapozásában. Kandidátusi értekezés. 1979.
- (25) Nyáry Zsigmond: A termelési függvények újabb irodalma. Statisztikai Kiadó Vállalat. Budapest. 1972. 62 old.
- (26) Walters, A. A.: Production and functions: an econometric survey. *Econometrica*. 1963. évi 1–2. sz. 1–66. old.
- (27) Simon György: A termelési tényezők szerepe a termelékenység alakulásában. *Közgazdasági Szemle*. 1969. évi 1. sz. 56–70. old.
- (28) Mátyás Antal: A modern polgári közgazdaságtan története. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. Budapest. 1973. 581 old.
- (29) Solow, R. M.: Technical change and the aggregate production function. *The Review of Economics and Statistics*. 1957. évi 3. sz. 546–560. old.

РЕЗЮМЕ

Авторы при привлечении новых методических информации и данных дополнили разработанные сорок лет тому назад в Центральном статистическом управлении доктором Кальманом Кадашом — без электронных вычислительных машин — производственные функции и, соответственно, функциональные расчеты.

Сравнительный анализ охватывает три промышленные отрасли — металлургию, машиностроительную и бумажную промышленность. Кадаш исследовал период с 1931 по 1940 год, а авторы настоящей статьи рассматривают 1960—1975 годы. В исследовании фигурируют три вида производственных функций типа Коб-Дагласа.

Исходные факторы двух обследований (продукция, живой труд, основные фонды) совпадали, так что после проведения дополнительных расчетов возникла возможность для сравнения. Для проверки отдельных вариантов функций авторы использовали различные стандартные показатели. В ходе дополнения обследования Кадаша авторы пришли к выводу, что — при наличии современных методических средств — значительная часть расчетов не полностью удовлетворяет требованиям более строгих статистических проб. В собственном обследовании относительно государственной промышленности и ее важнейших отраслей получили повидимому удовлетворительные с экономической и статистической точки зрения результаты, но в случае отдельных подотраслей результаты не всегда можно обосновать в экономическом отношении. Это наряду с прочим может зависеть также и от уровня агрегации.

В машиностроительной промышленности в 1960—1975 годы на основании пробы F возможно применение производственной функции Коб-Дагласа, где сумма показателей степени равна единице, а также возможно применение теоремы Эйлера.

Результаты по бумажной промышленности в обоих обследованиях на основании статистических критериев могут быть признаны удовлетворительными.

SUMMARY

The authors completed the production functions estimated forty years ago by dr. Kálmán Kádas, in the Hungarian Central Statistical Office at the time without the use of computers (which was the first application in Europe to concrete industrial branches). In doing so, the authors used the methodological and numerical information available since then.

The comparative analysis covered three industrial branches: metallurgy, engineering and paper-making industry. K. Kádas investigated the period 1931–1940, while the authors of this study examined a recent period between 1960 and 1975. Three kinds of Cobb-Douglas type production functions were used in the investigation. Before 1945 when computers were not available, only the parameters of the classic Cobb-Douglas type production function could be estimated, since this function can be transformed to a two-variable regression function which is linear in the logarithmic form.

The basic factors (production, live labour, fixed assets) used in both investigations were the same, which enabled the authors to make comparisons after having carried out some additional computational work. The authors used various standard indicators for testing certain function variants. In a number of cases results were obtained or tendencies were found that could not be fully accounted for from the economic point of view. For instance, acceptable results were obtained, according to the statistical criteria, in metallurgy for the period 1960–1975, but the seemingly high returns to scale could be hardly verified from economic aspects. In the course of completing Kádas' investigation, the authors came to the conclusion that, in possession of the present methodological tools, considerable part of the computations do not stand fully the demands of the more rigorous statistical tests. They seemed to obtain in their own investigation good results both from statistical and economic point of view for state industry and for its main branches, while the results could not always be accounted for in the case of several industrial groups. It may depend among others, on the aggregation level.

Relying on the F-test, the Cobb-Douglas production function can be applied for the engineering industry in the period 1960–1975, where the sum of the exponents comes to unity, and the Euler theorem can also be applied.

The results referring to the paper-making industry are fairly good in both investigations, according to the statistical criteria.