



Közzététel: 2022. április 12.

A tanulmány címe:

**A valószínűségszámítás ókori és középkori hiányának okai**

Szerző:

**DUSEK TAMÁS,**

a Széchenyi István Egyetem egyetemi tanára

E-mail: [dusekt@sze.hu](mailto:dusekt@sze.hu)

a *Statistikai Szemle* főszerkesztője

E-mail: [Tamas.Dusek@ksh.hu](mailto:Tamas.Dusek@ksh.hu)

DOI: <https://doi.org/10.20311/stat2022.4.hu0408>

**Az alábbi feltételek érvényesek minden, a Központi Statisztikai Hivatal (a továbbiakban: KSH) *Statistikai Szemle* c. folyóiratában (a továbbiakban: Folyóirat) megjelenő tanulmányra. Felhasználó a tanulmány vagy annak részei felhasználásával egyidejűleg tudomásul veszi a jelen dokumentumban foglalt felhasználási feltételeket, és azokat magára nézve kötelezőnek fogadja el. Tudomásul veszi, hogy a jelen feltételek megszegéséből eredő valamennyi kárért felelősséggel tartozik.**

1. A jogszabályi tartalom kivételével a tanulmányok a szerzői jogról szóló 1999. évi LXXVI. törvény (Szt.) szerint szerzői műnek minősülnek. A szerzői jog jogosultja a KSH.
2. A KSH földrajzi és időbeli korlátozás nélküli, nem kizárólagos, nem átadható, térítésmentes felhasználási jogot biztosít a Felhasználó részére a tanulmány vonatkozásában.
3. A felhasználási jog keretében a Felhasználó jogosult a tanulmány:
  - a) oktatási és kutatási célú felhasználására (nyilvánosságra hozatalára és továbbítására a 4. pontban foglalt kivétellel) a Folyóirat és a szerző(k) feltüntetésével;
  - b) tartalmáról összefoglaló készítésére az írott és az elektronikus médiában a Folyóirat és a szerző(k) feltüntetésével;
  - c) részletének idézésére – az átvevő mű jellege és célja által indokolt terjedelemben és az eredetihez híven – a forrás, valamint az ott megjelölt szerző(k) megnevezésével.
4. A Felhasználó nem jogosult a tanulmány továbbértékesítésére, haszonszerzési célú felhasználására. Ez a korlátozás nem érinti a tanulmány felhasználásával előállított, de az Szt. szerint önálló szerzői műnek minősülő mű ilyen célú felhasználását.
5. A tanulmány átdolgozása, újra publikálása tilos.
6. A 3. a)–c.) pontban foglaltak alapján a Folyóiratot és a szerző(ke)t az alábbiak szerint kell feltüntetni:

„*Forrás: Statistikai Szemle* c. folyóirat 100. évfolyam 4. számában megjelent, **Dusek Tamás** által írt, **'A valószínűségszámítás ókori és középkori hiányának okai'** című tanulmány (link csatolása)”

7. A Folyóiratban megjelenő tanulmányok kutatói véleményeket tükröznek, amelyek nem esnek szükségképpen egybe a KSH vagy a szerzők által képviselt intézmények hivatalos álláspontjával.

Dusek Tamás

## A valószínűségszámítás ókori és középkori hiányának okai

### The lack of ancient and medieval probability theory

DUSEK TAMÁS,

a Széchenyi István Egyetem egyetemi tanára

E-mail: [dusekt@sze.hu](mailto:dusekt@sze.hu)

a *Statisztikai Szemle* főszerkesztője

E-mail: [Tamas.Dusek@ksh.hu](mailto:Tamas.Dusek@ksh.hu)

Bármely tudományág történetének és megszületési körülményeinek ismerete segít megérteni, áttekinteni és elmélyíteni a tudományág alapproblémáit, céljait, fogalmait, relevanciáját. Különösen érvényes ez azokban az esetekben, ahol a diszciplína alkalmazásai széles körűek, sok eltérő területet fognak át, és amelyek során rendszeresen vetődnek fel ismeretelméleti jellegű kérdések. Ilyen tudományágak közé tartozik a valószínűségszámítás, a matematikának a véletlen tömegjelenségekkel foglalkozó, sok más diszciplínát eredményeivel kiszolgáló ága. Az elmúlt évtizedek néhány alkalmazással kapcsolatban felmerült nézeteltérései, vitái közé tartoznak a következők: a statisztikai szignifikancia és a  $p$ -érték kultusza<sup>1</sup> (legélénkebben a pszichológiai kutatásokban az 1970-es évektől, de minden más tudományterületet is érintve), amely új formában és megnevezéssel a 2010-es években „replikációs krízisként” folytatódott (a kísérleti és megfigyelési eredmények megismételhetőségének problémája, szintén a pszichológiában és a klinikai kutatásokban a lehangsúlyosabban, de máshol is); visszaélés a normális eloszlás feltételezésével (folyamatosan megfigyelhető kritika több tudományágban); újabban pedig a Big Data-típusú adatforrások korlátai.

A valószínűségszámítás születési idejeként 1654 került be a történetírási kánonba. Abban az évben *de Mére* lovag fordult *Pascal*hoz kockajátékkal kapcsolatos valószínűségek meghatározására irányuló két kérdéssel, amelyek mai szemmel nézve közepes vagy nehéz középiskolai példák lehetnének annak a tanulónak, aki a feladat megoldásában való jártasságot megszerezte. Amennyire egyszerűek voltak azonban a

---

<sup>1</sup> A *Statisztikai Szemle*ben megjelent a témáról: *Bárdits–Németh–Terplán* [2016], *Hunyadi–Vita* [2016], *Vargha* [2016], *Bartus* [2019]; valamint további problémákat is tárgyalok egy témáról szóló könyvismertetőmben (*Dusek* [2008]) és tanulmányomban (*Dusek* [2006]).

kérdések megválaszolásához szükséges elvégzendő műveletek, annyira nehéz volt a helyes eredményt szolgáltató koncepcióra és eljárásra rábukkanni. A feladat megoldása önálló gondolkodás révén ma is nehéz lenne a koncepciót előzetesen nem ismerők számára. A probléma vizsgálata a szerencsejátékok tisztességes árazásának meghatározására irányult, a valószínűség kifejezést nem is használták az elemzés során. Pascal a kérdést *Fermat*-val történt levélváltások keretében vitatta meg. Hagyományosan ezt a levelezést tekintik a valószínűségszámítás kezdetének.<sup>2</sup> (A tudományos publikációk akkor még nem folyóiratokban jelentek meg, hanem a kíváncsiságuk kielégítésére kutató tudósok a szalonokban egymással személyesen vitatták meg az őket foglalkoztató problémákat, vagy élénken levelezve cseréltek eszmét, és emellett könyveket adtak ki. Az első tudományos folyóiratot 1665-ben indította el az 1660-ban alapított angol Királyi Természettudományi Társaság. Pascal *Fermat*-hoz 1654-ben írt leveleinek tartalma először szóbeszéd révén terjedt, majd 1679-ben adták ki azokat nyomtatásban *Fermat* írásaival együtt.)

Érdeemes hangsúlyozni a valószínűségszámítás születése kapcsán, hogy annak matematikai, filozófiai és alkalmazott oldala is egyszerre jött létre, majd a történeti fejlődés során a matematikai oldal folyamatosan fejlődött, az alkalmazási területek folyamatosan bővültek, míg a filozófiai résszel kapcsolatban fejlődés helyett inkább párhuzamosan folyamatosan megfigyelhető valamennyi megközelítés, esetleg a hangsúlyok és dominanciák változása mellett. A valószínűségszámítás filozófiai oldala szempontjából azt a kérdést tartom fontosnak, hogy a tapasztalati valóságot és annak különböző szeleteit miként kapcsolják össze a matematikai modellekkel. A XX. századra a növekvő szakosodás miatt a matematikai, alkalmazott és filozófiai oldal mint kutatási és felsőoktatási terület egyre jobban elvált egymástól.

Érdekes kérdés, hogy miért ilyen későn jelent meg az egyenlő valószínűségű kockadobás-kimenetek eszméje, és általában a valószínűség és a kockázat kvantitatív és objektív megközelítése, miközben a matematika más ágai, a számelmélet és a geometria már sokezer évvel korábban, az ókorban is nagyon magas szintet ért el. A geometria ókori kialakulását ösztönözték a nagy folyammenti társadalmak (Egyiptom, Mezopotámia, India) földméréssel kapcsolatos gyakorlati igényei. A geometria ókori eredményeit alexandriai *Euklidész* „Elemek” című munkájában foglalta össze időszámításunk előtt nagyjából 300 évvel. Ilyen ókori előzményekről a valószínűségszámítás kapcsán nem beszélhetünk, és még azt sem mondhatjuk, hogy az ókori görög gondolkodók tisztában lettek volna legalább annak filozófiai alapjaival. Épp ellenkezőleg, a görögök véletlenről és bizonytalanságról való gondolkodását nem a tapasztalatot és a logikát ötvöző tudományos szigor határozta meg, hanem

<sup>2</sup> A tudománytörténészek számomra korábbi hasonló jellegű felismeréseket, amelyek elszigeteltek maradtak, nem lett következményük, folytatásuk. Ezeket a valószínűségszámítás előtörténete keretében tárgyalják. Közéjük tartozik *Galilei* listája a három kockával egyszerre dobás lehetséges kimeneteleiről (relatív gyakoriságokat nem számított belőlük *Galilei*), valamint az 1576-ban elhunyt szenvedélyes szerencsejátékos, *Cardano* szerencsejátékokról szóló könyve, amely csak 1663-ban jelent meg.

olyan tudomány előtti, babonás, misztikus képzetek, amelyeknek a tovább élése ma is tetten érhető a hétköznapi gondolkodásban.

A véletlen tömegjelenségek eszméjének és azok matematikai kezelésének megjelenése a XVII. században forradalmi jelentőségű volt az emberi gondolkodás történetében, mert egy egészen új szemléletmód révén tette lehetővé az addig is ismert jelenségek vizsgálatát, és számos előre nem látott alkalmazási területen jelent meg sikeresen. Másrészt azonban, amióta a véletlen matematikai kezelésére lehetőség nyílik, az ellenkező pólusú gondolkodási hiba is folyamatosan megfigyelhető, nevezetesen a valószínűségszámítás alkalmazása olyan típusú bizonytalan eseményekre, amelyek nélkülözik a tömegszerűséget és az azonos körülmények közötti megismételhetőséget. Mindez az eseményeknek két részre, a determinisztikus, valamint a véletlen eseményekre történő felosztásán alapuló gondolkodási csapdából fakad. Valójában a nem determinisztikus események sokféleképpen lehetnek nem determinisztikusak, az csak az egyik lehetőség, hogy véletlen mechanizmus áll a háttérükben.

Ezeknek a gondolkodási hibáknak a napjainkig tartó tovább élése és a kutatási gyakorlatban is megfigyelhető volta indokoltá teszi annak áttekintését, hogy milyen tényezők akadályozhatták a valószínűségszámítás korábbi kifejlődését, mivel ezek ma is jelen lehetnek az egyéni gondolkodásban. A témával foglalkozó különböző szerzők szerint ebben számos ok együttes hatása játszhatott szerepet, amelyeket a könnyebb áttekinthetőség érdekében táblázatban foglaltam össze. A felsorolandó szempontok az ókorra jobban, a középkorra már kevésbé voltak érvényesek, ahogyan arra a tényezők részletesebb kifejtésében utalok majd, együtt a lehetséges ellenvetésekkel.

*A valószínűségszámítás kifejlődésének lehetséges gátló tényezői*  
(Possible obstacles of the development of probability)

Sor-szám	Rövid leírás	Jelleg
1.	<i>Fatalista és babonás mentalitás, meggyőződés abban, hogy isteni és/vagy természetfölötti erők működnek, nem a véletlen.</i>	szemléleti
2.	<i>A görög matematika (geometria) jellemzője az igaznak elfogadott axiómákból logikusan levezetett abszolút biztos tudás, bizonyosság megteremtése, tartózkodás a bizonytalan kijelentésektől.</i>	szemléleti
3.	<i>A logika verbális volta és a kétértékű logika korlátai.</i>	szemléleti/matematikai
4.	<i>Az aritmetika és a számok jelölési rendszerének fejletlensége.</i>	matematikai
5.	<i>Az algebra hiánya.</i>	matematikai
6.	<i>A kombinatorika és a kombinatorikus gondolkodás, kombinatorikus ötletek, megközelítések hiánya.</i>	matematikai
7.	<i>A gazdasági és társadalmi körülmények, a tömeges jelenségekre vonatkozó statisztikák szűkössége.</i>	társadalmi
8.	<i>A tudomány intézményrendszere.</i>	társadalmi
9.	<i>A korai kockák szabálytalan volta.</i>	technológiai

*1. Fatalista és babonás mentalitás, meggyőződés abban, hogy isteni és/vagy természetfölötti erők működnek, nem a véletlen.*

A véletlen jelenségekkel kapcsolatos ókori és középkori világképet a fatalista, vallásos, természetfölötti meggyőződés hatotta át, amelyben a manapság véletlennek tekintett események kimenetele nem a kalkulálható valószínűségű véletlenül múlik, hanem az istenek akaratát fejezi ki. Az istenek akaratát különféle jelekből vagy babonás rituálékból igyekeztek megtudni, esetleg befolyásolni. Ezeknek a rituáléknak a nagy része során valamilyen véletlent generáló eszközt (kockát, sorshúzást) alkalmaztak, de azok kimenetelét nem véletlenként, hanem az isteni akarat megnyilvánulásaként értelmezték. A rituálék irányulhattak a jövő megjósására és döntések meghozatalára is.

Az újkőkor régészeti leleteinek jelentős részét teszik ki a meglehetősen szabályos asztragalusz csontok, vagyis a kérődzők (juh, kecske, szarvas stb.) csánkizületében található csigacsont (pontatlanabban bokacsontnak, sarokcsontnak, csülökcsontnak is nevezik). Ez a csont ezeknél az állatoknál anatómiailag nagyjából szimmetrikus, lekerekített téglatesthez hasonló formájú, amely alkalmassá tette a kockázásra, igaz, két kerek oldala miatt nem hat, hanem csak négy oldallal. Az ilyen leletek annyira elterjedtek az összes kontinens emberlakta térségeiben, hogy mindezt kulturális diffúzióval aligha lehet magyarázni. Az asztragalusz objektív tulajdonságai, mint a többi csonttól való radikálisan eltérő kinézete, alakja, nagyon nehezen törhető volta, kockázásra felhasználhatósága és az emberek játékszenvedélye együttesen emelte az első mesterséges kockázatteremtő, véletlengeneráló eszköz státusába. Ilyen irányú felhasználását az újkőkor idejében alapos okkal feltételezik, az ókori Egyiptom, Mezopotámia idejétől kezdve pedig írásos és képi dokumentumok bizonyítják. Az ókori görög-római világból még több forrás mutatja be a kockajátékok rendkívüli elterjedtségét, valamint azt, hogy az asztragalusz mellett „igazi”, hatoldalú, csontból, kőből, fából, fémből készült kockákat is használtak. Az asztragalusz egyszerre látta el a játékbeli dobókocka, a vallási, rituális tárgy, az amulett és a jövőmondás eszközeinek szerepét abban a korban, amikor a bizonytalan jövő megismerésének vágya még összekötődött a bizonytalan kimenetelű asztragalusz-dobással vagy egyéb nem determinisztikus események lefolyásával. A görög mitológiában három főisten, *Zeusz*, *Hádész* és *Poszeidón* a világot asztragaluszdobással osztotta fel egymás között (*Arnold* [1977], *David* [1962], *Gilmour* [1997], *Tabak* [2004]).

A vallási és erkölcsi meggyőződések hatottak a véletlen eseményekkel kapcsolatos jogi szabályozásra is. A Római Birodalomban törvényt hoztak a szerencsejátékok betiltására, kivéve a Szaturnália ünnepek idejét, bár a törvényt nem tudták betartatni (David [1962]). Karthágói *Szent Ciprián* 240 körül szentbeszédében ítélte el a szerencsejátékot, amely később számtalan szentbeszédben megismétlődött. A papokat több rendelkezés tiltotta a kockázástól, például *Nagy Ottó* 952-ben, *Trèves* tanácsa 1227-ben és 1238-ban, *Worcester* tanácsa 1240-ben. Számos uralkodó tiltotta be törvénnyel a szerencsejátékot, például *II. Frigyes* német császár (1232), *I. Alekszej* (1649) orosz cár és *II. Katalin* (1782) orosz cárnő. *IX. Lajos* francia király 1255-ben nemcsak a kockajátékot tiltotta be, hanem a kockák gyártását is. Hosszú a sora a különböző egyéb korlátozó intézkedéseknek is (Kendall [1956], Maistrov [1974]). A tűzbiztosítás és az életbiztosítás kezdete a XVI–XVII. századra tehető, a korábbi kezdetlegesebb előzményeket követően. Ezzel párhuzamosan az emberi élet értékének pénzben kifejezhetőségével és az életbiztosítással kapcsolatos erkölcsi aggályok tárgyalása is elkezdődött (Covello–Mumpower [1985]). A XVI. és XVII. században számos rendelet kifejezetten tiltotta az életbiztosítást, mert az étellel való szerencsejátéknak tartották, vagy egyéb erkölcsi okokból ítélték el (Sheynin [1977], Pearson [2010]). A biztosítás első jogi szabályozása, az 1435-ös barcelonai rendelkezés az életbiztosítás valamennyi fajtáját tiltotta. A kontinentális Európában nagyobb volt az ellenállás az életbiztosításokkal szemben, míg a vállalkozó szellemmel „átítatódo” Angliában könnyebben terjedt el (Clark [1999]).

Önmagában azonban ez nem elégséges magyarázat a valószínűségszámítás kései kialakulására, hiszen sokan kötötték össze a valószínűségszámítást annak első 100-200 évében természetfeletti, misztikus erőkkkel, tehát együtt tudták kezelni a mennyiségi elemzést az isteni gondviselés eszméjével. Például *Arbuthnot* 1710-ben („Egy érv az isteni gondviselés mellett, a születéskori nemi arányok állandó szabályosságának megfigyeléséből” című munkájában) 82 év londoni keresztelési adatait vizsgálva, a jóra irányuló isteni bölcsesség megnyilvánulásának tulajdonította azt, hogy minden évben több fiút kereszteltek, mint lányt (Bellhouse [1989]). *De Moivre* a normális eloszlás első leírója volt 1733-ban, aki a mérési hibát teológiai problémaként, az isteni tervezéstől való eltérésként kezelte (Pearson [1924]). *Süssmilch* porosz lelkész 1741-ben megjelent nagyhatású demográfiai, statisztikai munkájának címéből is kiderül a szerző megközelítése, a valószí-

nűség számításnak, azon belül a nagy számok törvényének a felhasználása Isten bölcsességének alátámasztására: „Az emberi nem változásainak isteni rendje”, bizonyítva a születések, halálozások és a természetes szaporodás révén.<sup>3</sup> Süßmilch módszere adatvezérelt volt: „Kicsiben minden úgy látszik, mintha bármilyen rend nélkül jött volna létre. Először is sok különálló és kis esetet kell összegyűjtenünk sok évre vonatkozóan, sok tartományt kell egybefoglalnunk, hogy ily módon azután kideríthessük az isteni rend rejtett szabályait” (Süßmilchtől idézi *Osztrumov* [1950] 738. old.)

2. *A görög matematika (geometria) jellemzője az igaznak elfogadott axiómákból logikusan levezetett abszolút biztos tudás, bizonyosság megteremtése, tartózkodás a bizonytalan kijelentésektől.*

A filozófusok a véletlen események eszméjétől a vallási meggyőződésen túl a görög eredetű determinisztikus metafizika hatására is tartózkodtak. Platón egyik párbeszédében, a Phaidónban *Szimmiász* azt mondja *Szókratész*nek, hogy a valószínűségeken alapuló érvek csalások. Egy másikban, a *Theaitétosz*ban *Szókratész* mondja, hogy a valószínűséggel és valószínűséggel érvelő matematikus nem érne sokat (*Sambursky* [1960], *Mlodinow* [2008]).

Arisztotelész három csoportra osztotta az eseményeket: 1. biztos események, amelyek szükségszerűen bekövetkeznek; 2. valószínű események, amelyek többnyire bekövetkeznek; 3. nem ismert események, amelyek véletlenül következnek be. Ebben a felosztásban a valószínű és a véletlen kifejezések kvantitatív elemet nem tartalmaznak, hanem számszerűen nem kifejezett szubjektív megérzésekre vonatkozó ismeretelméleti koncepciót jelentenek, összhangban ezen szavak hétköznapi használatával. Arisztotelész szerint a szerencsejátékok a harmadik kategóriába tartoznak, amelyek a tudományos megismerés számára nem hozzáférhetők. Arisztotelésznek ez a felosztása tovább élt a római korban, a középkor skolasztikus filozófiája pedig annyit finomított rajta, hogy a harmadik kategóriába tartozó véletlen események az ember számára véletlenek, egyébként az Isten által eleve elrendeltek (*Hald* [2003]).

3. *A logika verbális volta és a kétértékű logika korlátai.*

A szimbolikus logika és a logika matematizálása *Descartes* elvi kezdeményezését követően csak *Leibniz* munkásságával bontakozott ki

<sup>3</sup> Süßmilch magyarországi hatásáról lásd *Horváth* [1962] tanulmányát.

a XVII. század végén. Addig a logika (más korabeli elnevezések alapján a következtetés és érvelés tudománya, dialektika) művelése verbális volt, formája alapján pedig csak igaz és hamis állításokat ismerő, kétértékű. A valószínűséget kifejezni nem tudó kétértékű logika máig is érvényes és alkalmazható sok helyen, de a véletlen jelenségekkel, valamint a valószínűségi gondolkodásmóddal nem egyeztethető össze. Leibniz felvetette a szükségességét egy valószínűségi logikának, de ténylegesen nem dolgozott rajta. Nem sokkal később a valószínűség-számítással foglalkozó *Bernoulli* elsőként kötötte össze a logikát és a valószínűséget (*Hailperin* [1988]). Vagyis inkább a valószínűség-számítás megjelenése hatott megtermékenyítően a logikára, és nem fordítva.

#### 4. Az aritmetika és a számok jelölési rendszerének fejletlensége.

A római számokkal a nagy számok leírása nehézkes volt, a törtek közül pedig csak azokat lehetett leírni, amelyeknek 12 volt az osztójuk. Ez gyakorlatilag nem tette lehetővé a valószínűség-számításban alapvetőnek számító törtek használatát, ami a törtekkel és százalékokkal, arányokkal való gondolkodást is hátráltatta. A görögöknek több nehézkes számírásuk volt, törteket nem tudtak kifejezni velük, a görög betűket felhasználó számírásuk a számmisztikát ösztönözte. A görög matematika fejlettségéről sokat lehet hallani, ugyanakkor arról kevesebbet, hogy ez a matematika idegenkedett a mennyiségek számszerű kifejezésétől. Euklidész „Elemek” című munkájának három könyve szól a számtanról, anélkül, hogy egyetlen konkrét szám szerepelne bennük. A görög matematika középpontjában a mértani testek minőségi tulajdonságainak a vizsgálata állt. A mértani testek alkotóelemei, a szögek nagysága, oldalak hossza, területek, térfogatok mérete nem volt számszerűen kifejezve. A számszerű kifejezésben például már a korábbi mezopotámiai matematika is messze meghaladta a görögökét. Amikor a modern írás  $y = x^2$  jeleket használ, a görögök egy parabolát rajzoltak (*Fowler* [1999], *Netz* [2002])

#### 5. Az algebra hiánya.

Az algebra, VIII. századi perzsiai kezdetei után, Európában csak a XVI. században indult fejlődésnek. Az előjelek, az egyenlőségjel, a hindu eredetű számjegyek, a törtek tizedes tört alakban való kifejezése is csak ebben az időszakban terjedtek el Európában. Algebra és megfelelő jelölési rendszer nélkül nehezen elképzelhető a binomiális eloszlás leírása vagy az olyan tételek kidolgozása, mint a központi határelosz-



lásé. Az ókorban nem létezett algebra, legfeljebb utólag geometriai algebrának elnevezett geometria. Az azóta algebrai úton is bizonyított tételek (mint például Pitagorász tétele) akkoriban geometriailag nyertek igazolást. Az algebra fejlődését a XVI. század végéig gátolta az a hagyomány, amely szerint az algebra eredményeinek geometria értelmezést kell adni. *Viète* (1540–1603) ismerte fel, hogy az algebra használható a geometriai eredmények igazolására és azon túl olyan területeken is, ahol az algebrai úton nyert levezetéseknek geometriai értelmezés már nem adható (*Hald* [2003]). Az algebra fejletlensége még a XVII. században is a fejlődés gátló tényezője volt, a korabeli szerzők a jelölési rendszer hiányában hosszas verbális leírásokra kényszerültek, eredményeik manapság modern átírásban ismertek.

*6. A kombinatorika és a kombinatorikus gondolkodás, kombinatorikus ötletek, megközelítések hiánya.*

Kombinatorikai jellegű problémák sokaságát már az ókorban is vizsgálták elszigetelten, elsősorban fejtörők, játékok és bűvös négyzetek révén (*Biggs* [1979]). Ami az ilyen rejtvénymegoldásokból hiányzott, az a kombinatorika rendszeres tárgyalása, a gyakorlati problémán túlmutató absztrakt matematikai kezelés, az egyes esetek általános szabályokra visszavezetése és a korábbi eredmények meghaladásán, bővítésén, általánosításán alapuló fejlődés. Szerkezetileg ugyanazok a problémák tértek vissza időről időre, megoldásuk a korábbi eljárások újrafelfedezése révén történt. A kombinatorika tényleges fejlődése érdemben csak a valószínűségszámítással együtt kezdődött 1654-ben, amikor Pascal, majd 1657-ben *Huygens* a valószínűséget kombinatorikus úton határozták meg, a kedvező esetek száma és az összes eset számának hányadosaként. Ezt a kombinatorikus alapú valószínűségdefiníciót nem érvénytelenítették a valószínűség későbbi definíciói, de alkalmazhatósága nyilvánvalóan bizonyos jól behatárolható jelenségekre korlátozódik.

*7. A gazdasági és társadalmi körülmények, a tömeges jelenségekre vonatkozó statisztikák szükségége.*

Míg a geometriának megvolt a praktikus alkalmazása a földmérésben, terület- és térfogatszámításban, építészetben, a valószínűségszámítás gyakorlati alkalmazására tömeges társadalmi és gazdasági adatok hiányában nem lett volna lehetőség. Bár már az ókori társadalmakban is voltak részleges népesség-nyilvántartások, a rendszeres anyakönyvezés a XVI. században jelent meg. A biztosítások is ekkor

tól kezdtek jobban terjedni. Korábban is léteztek hajóbiztosítások, az élet- és betegbiztosításhoz hasonló megoldások már voltak az ókorban is, de a díjtételek és kifizetések nem tapasztalati valószínűségeken, megfigyelt kockázatokon alapultak, hanem részben szerencsejátékhoz hasonló elemet is tartalmaztak, vagy baráti, ismeretségi, lakóközösségi alapon segítettek egymást (görög neve az ilyen egyesületeknek eranosz, római megfelelőik a *collegia tenuiorum*) (Pearson [2010]).

Összességében nem voltak olyan részletes népesedési adatok a születésekről és halálozásokról, amelyeket vizsgálva *Graunt* megalkotta (a maiakhoz nézve még kezdetleges) halandósági tábláját 1662-ben kiadott munkájában, és amelyek az akkor születőben levő demográfia részéről is nagy lökést adtak a valószínűségi gondolkodás terjedésének és a módszerek fejlesztésének. Az adatok növekvő köre tette lehetővé a biztosításmatematika fejlődését a XVII. század második felétől, amely egy másik gyakorlati alkalmazás oldaláról jelentett ösztönzést a valószínűségszámításnak.

Az adathiányra és a társadalmi körülményekre vonatkozó érvet *Maistrov* kizárólagossá tette 1974-es munkájában, a feltörekvő polgárság gazdasági nyomásában megjelölve a kialakulás okát, és azzal zárva ki azt a lehetőséget, hogy a szerencsejátékok is stimulálhatták a valószínűségszámítás létrejöttét, hogy sok ezer éven át nem stimulálták azt (*Maistrov* 1974). A szerencsejátékokat *Perjés* sem tartotta befolyásoló tényezőnek, szerinte a társadalmi és gazdasági körülményeknek volt köszönhető még Pascal érdeklődése is, akit „a biztosításüggyel, az életjáradékkal, a közös vállalkozások nyereségének elosztásával kapcsolatos problémák indították el a valószínűségelmélettel való foglalkozásra” (*Perjés* [1983] 295. old.) Ugyanezt az érvet ismétli meg Huygens-szel és Bernoullival kapcsolatban *Sylla*, akik szerinte bár a szerencsejátékok tisztességes árazásával foglalkoztak, azok valószínűségének a meghatározásával, ami csak modellül szolgált számukra az erkölcsös üzleti magatartás vizsgálatához, az üzleti számításokhoz, amelynek kapcsán a termékek árazása és a nyereség felosztása során hasonló kérdések vetődtek fel (*Sylla* [2003]).

Önmagában vizsgálva az adathiányra vonatkozó érv sem teljesen meggyőző. Egyrészt olykor külső (társadalmi, technikai, gyakorlati) készítés nélkül is fejlődnek a matematika egyes területei, másrészt, ahogyan utaltam rá, bizonyos tömeges (nem statisztikai célú) adatgyűjtések korábban is léteztek. Ezekre egy további példa a XIII. században már létező pikszispróba (Trial of the Pyx) nevű angol hagyomány, amikor egy eljárás során nagy mintát vesznek az arany- és ezüstér-

mékből, amelyeket minőségvizsgálatnak vetnek alá (súly, méret, összetétel).

#### 8. *A tudomány intézményrendszere.*

A modern tudományos élet intézményei, mint a tudományos társaságok, a tudományos levelezés és a könyvnyomtatás a XVII. században érték el azt a szintet, amely a tudomány intenzívebb fejlődését lehetővé tette. A szisztematikus módon, ellenőrzött körülmények között folyó kísérletezés is, amely teljesen idegen volt az attól arisztokratikusan elzárkózó görög és skolasztikus felfogástól, ekkor kezdett el kibontakozni. A valószínűségi számítás a szerencsejátékokon kívül gyorsan talált alkalmazási területeket a csillagászatban, demográfiában, biztosításokban. A kutatási tématerület hirtelen népszerűvé válásában *Garbell* és *Zabell* [1979] szerint pszichológiai és tudásszociológiai tényezők is szerepet játszhattak, nevezetesen Pascal és Fermat tekintélye számos matematikust és műkedvelőt vonzott a téma vizsgálatához. Huygens 1655 második félévében Párizsban tartózkodott és értesült Pascal eredményeiről, majd 1657-es „A szerencsejátékokra vonatkozó megfontolásokról” című tanulmánya előszavában meg is említi, hogy érdeklődését Pascal és Fermat keltette fel (*Garber–Zabell* [1979]).

#### 9. *A korai kockák szabálytalan volta.*

A szabálytalan kockáknál minden egyes kockával hosszú sorozatokat kellene megfigyelni, a szimmetriával kapcsolatos megfontolásokon alapuló valószínűségek nem használhatók a gyakoriság pontos előrejelzésére. A legkorábbi dobókockáknak számító asztragaluszok négy oldala közül az egyik konvex, az ellenkező konkáv, a maradék kettő kicsit keskenyebb. Az egyes oldalak dobásának valószínűsége így nem egyenlő, modern tapasztalati megfigyelés szerint nagyjából 40-40 százalék a szélesebb és 10-10 százalék a keskenyebb oldalak gyakorisága, de ez asztragaluszról asztragaluszra kicsit eltérő a kicsit különböző forma és súlyeloszlás miatt. A leletek egy részén alakítottak, csiszoltak (*Mlodinow* [2008]).

Ez önmagában nem erős érv. Egyrészt, hatoldalú dobókockák (csontból, kőből, fából, fémből) már az ókorban is léteztek, bár súlyeloszlásuk és alakjuk sem volt teljesen szabályos, szimmetrikus. Másrészt, a geometria kifejlődése is megkövetelte a való világ mértani alakzatainak idealizált kezelését. Mindez az idealizálás azonban nem következett be a hosszú véletlen sorozatokkal kapcsolatban.

A felsorolt hátráltató tényezők együttesen, és esetleg további ismeretlen egyéb okok vezettek oda, hogy a középkor végéig Európában a valószínűségszámítást akkor sem használták, mert nem is ismerték, amikor az egyébként indokolt lett volna, vagyis a homogén esetekből álló véletlen tömegjelenségek elemzésére. A gondolkodásbeli és intézményi akadályok elhárultával, valamint a matematikai jelölésrendszer és az algebra fejlődése nyomán kibontakozhatott a valószínűségszámítás, párhuzamosan a kombinatorikával, döntéelmélettel, játékelmélettel. Nem a *Kuhn* által leírt tudományos forradalom zajlott le anomáliával, válsággal, megoldással és új paradigmával, hanem egy új kutatási terület, tudományterület született.

Azonban a matematikán túlmutató ismeretelméleti meglapozásról és alkalmazásokról zajló viták a mai napig nem változtak. Az alkalmazási területek között már a legkorábbi időkben megjelentek az egyedi, megismételhetetlen, bizonytalan események, az itt és mostra vonatkozó történetek. Ezek egy részének a kimenetele azért sem véletlen, mert emberi tudatosság vagy jártasság, ügyesség révén befolyásolhatók. Másrészt, egy másik hibaként az egyik tapasztalati tömegjelenségből (egyik statisztikai kollektívából vagy referenciacsoportból) nyert valószínűségeket alkalmaznak egy másik tapasztalati tömegjelenségre (statisztikai kollektívára vagy referenciacsoportra), amelyek között a kapcsolat nem garantált. A valószínűségszámítás alkalmazása két esetben problémamentes az elvi megalapozás szempontjából. Az egyik esetben magában a vizsgált tömeges jelenség működési mechanizmusában van jelen a véletlen, a másik esetben a véletlen kívülről, mesterségesen, a vizsgált elemek kiválasztási mechanizmusával jelenik meg.

## Irodalom

- ARNOLD, P. [1977]: *The Encyclopedia of Gambling. The Game, the Odds, the Techniques, the People and Places the Myths and History*. Chartwell Books, Inc. New York. <http://dx.doi.org/10.11575/PRISM/9799>
- BARTUS T. [2019]: A szignifikanciatesztet elhagyni nem kell félnetek, jó lesz, ha a  $p$ -értéket újraértelmezték. *Statisztikai Szemle*. 97. évf. 8. sz. 799–806. old. <https://doi.org/10.20311/stat2019.8.hu0799>
- BÁRDITS A. – NÉMETH R. – TERPLÁN GY. [2016]: Egy régi probléma újra előtérben: a nullhipotézis szignifikanciateszt téves gyakorlata. *Statisztikai Szemle*. 94. évf. 1. sz. 52–75. old. <https://doi.org/10.20311/stat2016.01.hu0052>
- BELLHOUSE, D. R. [1989]: A manuscript on chance written by John Arbuthnot. *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*. Vol. 57. No. 3. pp. 249–259. <https://doi.org/10.2307/1403798>
- CLARK, G. [1999]: *Betting on Lives: The Culture of Life Insurance in England 1695–1775*. Manchester University Press. Manchester.

- COVELLO, V. T. – MUMPOWER, J. [1985]: Risk analysis and risk management: An historical perspective. *Risk Analysis*. Vol. 5. No. 2. pp. 103–120. <https://doi.org/10.1111/j.1539-6924.1985.tb00159.x>
- DAVID, F. N. [1962]: *Games, Gods and Gambling*. Hafner Publishing Company. New York.
- DUSEK T. [2006]: Területi statisztika, valószínűségszámítás és statisztikai következtetésemélet. *Területi Statisztika*. 46. évf. 3. sz. 223–239. old.
- DUSEK T. [2008]: A statisztikai szignifikancia kultusza – Stephen T. Ziliak–Deirdre N. McCloskey: The Cult of Statistical Significance. How the Standard Error Costs Us Jobs, Justice, and Lives. University of Michigan Press, Ann Arbor, 2008, 254 [321] oldal. *Közgazdasági Szemle*. LV. évf. 10. sz. 927–932. old.
- GARBER, D. – ZABELL, S. [1979]: On the emergence of probability. *Archive for History of Exact Sciences*. Vol. 21. No. 5. pp. 34–53. <https://doi.org/10.1007/BF00327872>
- GILMOUR, G. H. [1997]: The nature and function of astragalus bones from archaeological contexts in the Levant and Eastern Mediterranean. *Oxford Journal of Archaeology*. Vol. 16. pp. 167–175. <https://doi.org/10.1111/1468-0092.00032>
- HACKING, I. [1975]: *The Emergence of Probability*. Cambridge University Press. Cambridge.
- HAILPERIN, T. [1988]: The development of probability logic from Leibniz to MacColl. *History and Philosophy of Logic*. Vol. 9. No. 2. pp. 131–191. <https://doi.org/10.1080/014453408808837132>
- HALD, A. [2003]: *A History of Probability and Statistics and Their Applications Before 1750*. Wiley. Hoboken.
- HORVÁTH R. [1962]: Az első magyar népességtudományi mű megjelenésének 150. évfordulójára. *Statisztikai Szemle*. 40. évf. 8–9. sz. 860–871. old.
- HUNYADI L. – VITA L. [2016]: Számúzott szignifikanciesztek. *Statisztikai Szemle*. 96. évf. 4. sz. 435–444. old. <https://doi.org/10.20311/stat2016.04.hu0435>
- KENDALL, M. G. [1956]: Studies in the history of probability and statistics: II. The beginnings of a probability calculus. *Biometrika*. Vol. 43. Nos. 1–2. pp. 1–14. <https://doi.org/10.1093/biomet/43.1-2.1>
- MAISTROV, L. E. [1974]: *Probability Theory. A Historical Sketch*. Academic Press. New York.
- MŁODINOW, L. [2008]: *The Drunkard's Walk: How Randomness Rules Our Lives*. Pantheon Books. New York.
- NETZ, R. [2002]: Counter culture: Towards a history of Greek numeracy. *History of Science*. Vol. 40. Issue 3. pp. 321–352. <https://doi.org/10.1177/007327530204000303>
- OSZTRUMOV, SZ. [1950]: A nemzetközi statisztika történetének főbb szakaszai. *Statisztikai Szemle*. 28. évf. 5. sz. 734–745. old.
- PEARSON, K. [1924]: Historical note on the origin of the normal curve of errors. *Biometrika*. Vol. 16. Nos. 3–4. pp. 402–404. <https://doi.org/10.1093/biomet/16.3-4.402>
- PEARSON, R. [2010]: Introduction: Towards an international history of insurance. In: Pearson, R. (ed.): *The Development of International Insurance*. Pickering and Chatto. London. pp. 1–23.
- PERJÉS G. [1983]: A matematikai praxecológia kezdetei és Clausewitz. *Statisztikai Szemle*. 61. évf. 3. sz. 294–308. old.

- RAJU, C. K. [2011]: Probability in ancient India. In: *Bandyopadhyay, P. S. – Forster, M. R. (eds.): Handbook of Philosophy of Science. Vol. 7. Philosophy of Statistics.* Elsevier. Oxford, Amsterdam. pp. 1175–1195.
- SHEYNIN, O. B. [1977]: Early history of the theory of probability. *Archive for History of Exact Science.* Vol. 17. No. 3. pp. 201–259. <https://doi.org/10.1007/bf00499624>
- SYLLA, E. D. [2003]: Business ethics, commercial mathematics, and the origins of mathematical probability. *History of Political Economy.* Vol. 35. Issue Suppl. 1. pp. 309–337. [https://doi.org/10.1215/00182702-35-Suppl\\_1-309](https://doi.org/10.1215/00182702-35-Suppl_1-309)
- TABAK, J. [2004]: *Probability and Statistics. The Science of Uncertainty.* Facts on File. New York.
- VARGHA A. [2016]: Szignifikanciatesztek – negyven éve hibás elemzéseket végzek és téveszméket tanítok? *Statisztikai Szemle.* 94. évf. 4. sz. 445–451. old. <https://doi.org/10.20311/%2Fstat2016.04.hu445>