



Közzététel: 2023. október 25.

A tanulmány címe:

**A szűk keresztmetszetekért történő büntetés módszerének alkalmazása a deprivációmérés területén**

Szerző:

**BILICZ HANGA LILLA**

a Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar Közgazdaságtan és Ökonometria Intézetének tanársegédje

E-mail: bilicz.hanga@ktk.pte.hu

DOI: <https://doi.org/10.20311/stat2023.10.hu0885>

**Az alábbi feltételek érvényesek minden, a Központi Statisztikai Hivatal (a továbbiakban: KSH) Statisztikai Szemle c. folyóiratában (a továbbiakban: Folyóirat) megjelenő tanulmányra. Felhasználó a tanulmány vagy annak részei felhasználásával egyidejűleg tudomásul veszi a jelen dokumentumban foglalt felhasználási feltételeket, és azokat magára nézve kötelezőnek fogadja el. Tudomásul veszi, hogy a jelen feltételek megszegéséből eredő valamennyi kárért felelősséggel tartozik.**

1. A jogszabályi tartalom kivételével a tanulmányok a szerzői jogról szóló 1999. évi LXXVI. törvény (Szt.) szerint szerzői műnek minősülnek. A szerzői jog jogosultja a KSH.
2. A KSH földrajzi és időbeli korlátozás nélküli, nem kizárólagos, nem átadható, térítésmentes felhasználási jogot biztosít a Felhasználó részére a tanulmány vonatkozásában.
3. A Felhasználási jog keretében a Felhasználó jogosult a tanulmány:
  - a) oktatási és kutatási célú felhasználására (nyilvánosságra hozatalára és továbbítására a 4. pontban foglalt kivétellel) a Folyóirat és a szerző(k) feltüntetésével;
  - b) tartalmáról összefoglaló készítésére az írott és az elektronikus médiában a Folyóirat és a szerző(k) feltüntetésével;
  - c) részletének idézésére – az átvevő mű jellege és célja által indokolt terjedelemben és az eredetihez híven – a forrás, valamint az ott megjelölt szerző(k) megnevezésével.
4. A Felhasználó nem jogosult a tanulmány továbbértékesítésére, hasznoszerzési célú felhasználására. Ez a korlátozás nem érinti a tanulmány felhasználásával előállított, de az Szt. szerint önálló szerzői műnek minősülő mű ilyen célú felhasználását.
5. A tanulmány átdolgozása, újra publikálása tilos.
6. A 3. a)–c) pontban foglaltak alapján a Folyóiratot és a szerző(ke)t az alábbiak szerint kell feltüntetni:  
„*Forrás: Statisztikai Szemle c. folyóirat 101. évfolyam 10. számában megjelent, Bilicz Hanga Lilla által írt, **A szűk keresztmetszetekért történő büntetés módszerének alkalmazása a deprivációmérés területén** című tanulmány (link csatolása)*”
7. A Folyóiratban megjelenő tanulmányok kutatói véleményeket tükröznek, amelyek nem feltétlenül esnek egybe a KSH vagy a szerzők által képviselt intézmények hivatalos álláspontjával.

Bilicz Hanga Lilla

## **A szűk keresztmetszetekért történő büntetés módszerének alkalmazása a deprivációmérés területén\***

### **The application of the Penalty for Bottleneck approach in deprivation research**

Bilicz Hanga Lilla, a Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar Közgazdaságtan és Ökonometria Intézetének tanársegédje  
E-mail: bilicz.hanga@ktk.pte.hu

Deprivációmérés során a dimenziók helyettesíthetősége megkérdőjelezhető, ennek ellenére a legtöbb tradicionális módszertan ezt figyelmen kívül hagyja az aggregálási döntéseknél. Jelen tanulmány egy, a deprivációkutatásban még jellemzően nem alkalmazott indexkészítési módszer javaslatával él: a szűk keresztmetszetekért történő büntetés (*Penalty for Bottleneck, PFB*) használatát javasolja. A PFB alkalmazásának előnye – amellett, hogy egyes területekre lebontva realisabb képet mutat az adott területre jellemző deprivációs szintről –, abban áll, hogy összességében is felhívja a döntéshozók figyelmét arra, hogy mely területek fejlesztése szükséges a deprivációs helyzet országos szintű javulásához. A nélkülözés felszámolásáért tett lépésekhez pedig különösen fontos, hogy az egyes területeken megjelenő szűk keresztmetszeteket ne fedjék el a kiugró értékek. A tanulmány arra a következtetésre jut, hogy ugyan az egyszerű számtani átlagolással számított rangok nagyon erősen korrelálnak a PFB-vel számított rangokkal, e korreláció további lebontása megmutatja, mennyivel árnyaltabb a kép a nem szélsőséges decilisekbe eső területek rangszámai esetében. A különböző alapú bontások (pl. decilisek, nagyvárosok) vizsgálata lehetővé teszi továbbá annak bemutatását, hogy ez a módszer alkalmas fontos gazdaságpolitikai konklúziók levonására és megfelelő eszköztár kijelölésére is.

**Kulcsszavak:** szűk keresztmetszetekért történő büntetés, deprivációmérés, SIMD

When measuring deprivation, the extent of substitutability across the dimensions used is always a key decision point. The present study proposes the use of the Penalty for Bottleneck (PFB) approach – a methodology not yet typically applied in deprivation research. One of the key advantages of using PFB is that its results show a more realistic picture of the deprivation level characteristic of a given area. Furthermore, it draws the attention of decision-makers to the fields that need to be developed to improve the overall deprivation state of a nation or region. In order to

\* A TKP2020-IKA-08 számú projekt a Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból biztosított támogatással, a Tématerületi Kiválósági Program 2020 (2020-4.1.1-TKP2020) pályázati program finanszírozásában valósult meg.

battle deprivation, it is particularly important that the bottlenecks are properly identified and are not counterbalanced by other factors (e.g. outliers). The study concludes that although the ranks calculated using simple arithmetic means are strongly correlated with those calculated using the PFB approach, further breakdown of this correlation shows true differences in the cases of the ranks of areas that fall into the non-extreme deciles. Examining different data breakdowns (e.g. deciles, large cities) makes it possible to demonstrate the fact that the proposed methodology is suitable for drawing important conclusions regarding economic policy intervention strategies and assigning the corresponding tools.

Keywords: PFB, deprivation research, SIMD

A társadalmi-gazdasági jelenségek döntő része ma már olyannyira összetett definíciókkal határolható le, amelyek alapján a számszerű mérés igen sok kihívást állít a kutatók elé. A sokrétűség pedig a többdimenziós mérési eszköztár előretörését hozza magával. Jó példa ennek a trendnek a szemléltetésére a kompozit indikátorok elmúlt évtizedekben megfigyelhető jelentős előretörése, valamint az olyan útelemzési és egyéb modellezési eszközök elterjedése, amelyek egy-egy komplex jelenséget látens változóként kezelnek, aminek megragadására számos további dimenzió, alskála vagy elem együttesen hivatott.

A kompozit indexeknek a kutatói, illetve a döntéshozói körökben egyre növekvő népszerűsége tehát nem meglepő, hiszen ezek az indexek képesek komplex, többdimenziós jelenségek egy mérőszámra sűrített megragadására (*Galambosné Tiszberger, 2018*). Alkalmazásuk azért is vonzó, mert egy-egy összetett jelenség tömörített, numerikus ábrázolását, valamint egyszerű területi és időbeli összevetések kivitelezését is lehetővé teszik (*Valkó–Kovács–Farkasné Fekete, 2018; Allik et al., 2019*). Ma már ezeket az indexeket nemcsak nemzeti vagy regionális szinten, hanem egészen kis területi egységekre elemzésére is egyre szélesebb körben használják (*Cappellari–Jenkins, 2006; OECD, 2008; Murillo–Romaní–Suriñach, 2015; Allik et al., 2019; Rabiei–Dastjerdi–Matthews, 2021*). Nem véletlen, hogy a szegénységmérés egy konkrét területén, a depriváció területi szintű mérésénél is támaszkodhatunk ilyen indextípusokra. *Allik és szerzőtársai (2019)* nyomán az Egyesült Királyságban már az 1980-as évek óta széles körben alkalmazzák a deprivációs mutatókat – főként az egészségügyi szektorban – a területi egyenlőtlenségek pontosabb megértése érdekében.

A kompozit indikátorok tekintetében számos tanulmány született az indexkészítési módszerek összehasonlításáról. Ezekben a szerzők jellemzően kitérnek az adatgyűjtésre, az indikátorok meghatározásának módjára, a hiányzó adatok kezelésére, az index felépítésére és a súlyozásra, a validitási, robusztussági és érzé-

kenységvizsgálatokra, illetve a korlátokra (*Allik et al., 2019; OECD, 2008*). Széles körű elfogadhatóságukat azonban sokan megkérdőjelezik a számos egyszerűsítés, valamint az olyan, az indexkészítés során akaratlanul is beépülő explicit vagy implicit, szubjektív kutatói döntések miatt, mint amilyen például a súlyozás és az aggregálás választott módja és kivitelezése (*OECD, 2008; Rappai-Szerb, 2011; Pichon et al., 2020*).

Jelen tanulmányban röviden ismertetem az utóbbi két fő döntési pont (súlyozás és aggregálás) eddig legszélesebb körben használt módszereit a területi deprivációmérésre is alkalmazott kompozit indexek esetében, továbbá egy, e területen még jellemzően nem alkalmazott alternatív indexkészítési módszer javaslatával is élek. Ez a módszer a szűk keresztmetszetekért történő büntetés (*Penalty for Bottleneck, PFB*), amelynek alapvető gondolata az, hogy a kompozit indexet alkotó egyes területek gyenge teljesítménye, amit szűk keresztmetszetként azonosíthatunk, az index egészére is negatív hatást gyakorol (*Rappai-Szerb, 2011; Ács-Autio-Szerb, 2014*). Ezt a viszonylag friss módszert eddig főként versenyképességet, teljesítményt, tehát összességében egyfajta fejlettséget mérő kontextusban alkalmazták, viszont fejletlenséget kifejező index – mint egy területi deprivációs index – esetében még nem használták. A tanulmányban gyakorlati példán keresztül is demonstrálom e módszer alkalmazási lehetőségeit, erősségeit és korlátait.

## 1. A depriváció fogalma

A depriváció korai definícióinak összegzése szerint a fogalom azoknak a nem kielégítő és nemkívánatos körülményeknek a széles skáláját fedi le, amelyeket az emberek egy adott társadalomban elszenvednek. Vagyis a legtöbbször egy meghatározott referenciacsoporthoz képest megfigyelhető és kimutatható hátránnyként és nélkülözésként hivatkoznak a jelenségre (*Berthoud, 1976; Townsend, 1979; Brown-Madge, 1982*). A „depriváció” szó önmagában „olyan helyzetre utal, amely elfogadhatatlanul alulmúl bizonyos minimumkövetelményeket” (*Berthoud, 1976, 180. o.*). Peter Townsend, a deprivációkutatás egyik leggyakrabban idézett szakértője a következőképpen definiálta a depriváció fogalmát: „Egyéneket akkor nevezhetünk depriváltaknak, ha nem eléggé vagy egyáltalán nem rendelkeznek azokkal az életkörülményekkel – azaz az étrenddel, kényelmi eszközökkel, normákkal és szolgáltatásokkal –, amelyek lehetővé teszik számukra, hogy fenntartsák azokat a kapcsolatokat, kövessék azokat a viselkedésmintákat, ame-

lyeket az adott társadalomhoz való tartozásuk következtében elvárnak tőlük” (Townsend, 1987. 130. o.).

A depriváció fogalmát ma már egyre szélesebb körben alkalmazzák egy állam vagy régió társadalmi körülményeinek elemzésekor. Emellett a fogalom politikai döntéshozatali eszközként is egyre nagyobb jelentőséget kap, hiszen kulcsindikátorként szolgálhat ahhoz, hogy a politikai döntéshozók hatékonyabban tudjanak megfelelő és elegendő erőforrást allokálni az egyes régiókra, területekre és szolgáltatásokra (Townsend, 2013). Az utóbbi két évtizedben az Európai Unió is kiemelt figyelmet szentelt a jövedelmi szegénység mérése mellett a deprivációs helyzet feltárására is. Az EU első, egységes indikátorrendszerét, a laekeni indikátorokat 2001-ben dolgozta ki, hogy pontosabb képet kapjon az unióban tapasztalható nélkülözésről és társadalmi kirekesztődésről (Bilicz, 2020). Az ezt követően létrehozott AROPE (*at risk of poverty or social exclusion*) mutató pedig a szegénység vagy a társadalmi kirekesztődés kockázatának kitettek arányát adja meg azoknak a személyeknek a beazonosításával, akiket vagy a szegénység fenyeget, vagy súlyos anyagi deprivációban szenvednek, vagy nagyon alacsony munkaintenzitású háztartásban élnek. Az AROPE mellett számos más nemzeti és regionális mutató foglalkozik a depriváció mérésével (pl. FEDI<sup>1</sup>, SDI<sup>2</sup>, SIMD<sup>3</sup>), azonban általánosságban elmondható, hogy mivel a statisztikában a depriváció mérése a jövedelmi szegénységi mutatókhoz képest jóval fiatalabb területnek számít, ma még módszertanilag kevésbé kiforrott irányvonalak alapján történik (Galambosné Tiszberger, 2019).

Cappellari és Jenkins (2006) szerint a depriváció meghatározásának és mérésének számos módja van, azonban közös jellemzőjük, hogy együttesen alkalmaznak több mutatót, valamint egyetlen numerikus skálába kombinálják az eredményeket. A deprivációt tehát leggyakrabban kompozit indexek által ragadhatjuk meg, bár bőven akadnak a területen olyan indikátorok is, amelyek dichotóm változók összesítésén alapulnak. Allik és szerzőtársai (2019) nyomán a legtöbb deprivációs mérőszám a jövedelemmel, a foglalkoztatással, a társadalmi-gazdasági státusszal vagy osztályokkal (gyakran a munka típusa alapján), az oktatással, a lakhatással és bizonyos áruk vagy tárgyak tulajdonlásával kapcsolatos dimenziókat foglal magában. Egyes mérőszámok különféle szolgáltatásokhoz (iskola, üzletek, orvos) vagy a lakóhelyhez köthető külső adottságokhoz (pl. utcai világítás, bűnözési ráta) kapcsolódó területeket is felölelnek (Allik et al., 2019).

<sup>1</sup> Francia európai deprivációs index (French European Deprivation Index) (Pornet et al., 2012).

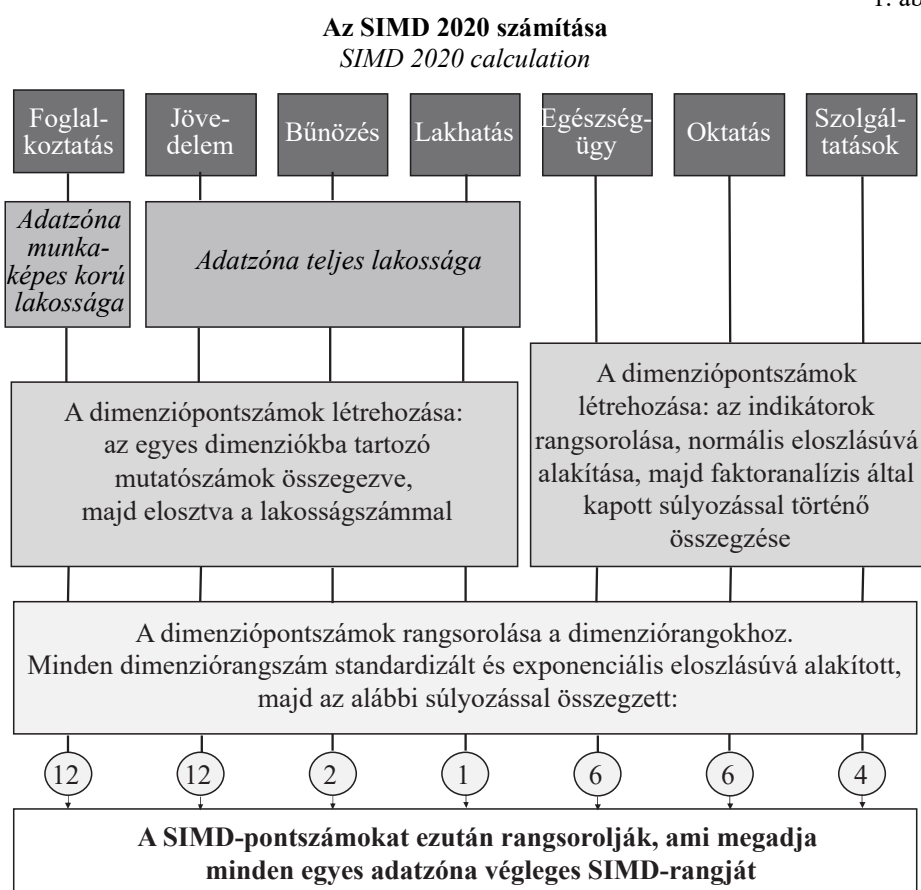
<sup>2</sup> Spanyol deprivációs index (Spanish Deprivation Index) (Duque et al., 2021).

<sup>3</sup> Skót többszörös deprivációs index (Scottish Index of Multiple Deprivation) (Skót kormány, 2016).

## 1.1. Deprivációs indexek – egy skót példa

A skót többszörös depriváltsági index (*Scottish Index of Multiple Deprivation, SIMD*) a depriváció relatív mérőszáma Skócia területén, amit jelenleg 6976 mesterségesen létrehozott elemzési egységre – úgynevezett adatzónára – számítanak. A jelenleg alkalmazott adatzónákat a 2011. évi népszámlálás adatai alapján átlagosan 760 fős területek elkülönítésével jelölték ki, azonban magát a mutatót már 2004 óta számolják. Az elmúlt közel két évtizedben hat különböző időpontban aktualizálták az SIMD értékeit, a legfrissebb elérhető adatok 2020-ra vonatkoznak.

1. ábra



Forrás: Skót kormány (2016. 8. o.) alapján saját szerkesztés.

Ha egy terület az index alapján depriváltnak minősül, az vonatkozhat a jellemzően alacsony jövedelmi színvonal mellett a helyben elérhető kevesebb erőforrásra vagy lehetőségre is. Az index hét különböző dimenzióban mért objektív statisztikai adatok alapján állít fel rangsort Skócia egyes területei között. Ezek a dimenziók lefedik a jövedelmi és a munkaerőpiaci helyzetet mérő, valamint az oktatási és az egészségügyi mutatókat, a szolgáltatásokhoz való hozzáférési lehetőségeket, a bűncselekményekkel kapcsolatos statisztikákat, valamint a lakhatási helyzetet leíró indikátorokat. Ezeknek az indikátoroknak az 1. ábrán szemléltetett súlyozása és aggregálása következtében alakul ki az a rangsor, amely Skócia területeit a leginkább depriválttól (1-es rang) a legkisebb mértékben depriváltig (a 6976-os rangig) listázza (*Skót kormány, 2016; Bilicz, 2022; Skót kormány, 2023*).

Az 1. ábráról leolvasható, hogy az SIMD mint kompozit indikátor készítésekor több lépcsőben alkalmaznak különböző aggregálási és súlyozási módszereket (pl. számtani átlag, súlyozott átlag, faktorelemzés), és több ponton igyekeznek a szélsőértékek megfelelő kezelésére is figyelmet fordítani (pl. exponenciális transzformáció, rangsorolás). Ezek mind olyan, fontos kutatói döntések, amelyek valamilyen szinten mindig tartalmaznak szubjektív elemeket, így alkalmazásuk még egy ilyen, a deprivációs kutatások terén nagyobb múltra visszatekintőnek számító index esetében is megkérdőjelezhető. Kutatásom célja azonban nem az SIMD egyes módszertani elemeinek kritikája, hanem az index jól strukturáltan elérhető adatainak felhasználásával annak demonstrálása, hogy egy, a deprivációkutatásban újnak számító indexkészítési alternatíva milyen utakat nyithat meg.

## 2. Kompozit indikátorok

Ahogy a bevezetésben már szó esett róla, a kompozit indikátorokra egyre szélesebb körben elterjedt alternatívaként tekinthetünk komplex jelenségek megragadása érdekében. Ezek az indexek ugyanis képesek összegezni a gazdasági jólétet, a környezeti minőséget és egyes társadalmi intézmények minőségét is (*Bartus, 2013*). A szakirodalom alapján nem lehet egyetlen „legjobb módszer” találni az ilyen típusú indikátorok megalkotására, fejlesztésére (*Galambosné Tiszberger, 2018*), ugyanis azok egyedi használati céljai, a mérni kívánt terület, jelenség és időtáv a kutatói szubjektummal karöltve egyedi alternatívákat kívánnak. *Mazziotta és Pareto (2013)* szerint azonban léteznek bizonyos döntési kritériumok, ame-

lyek alapján meghatározott elfogadható módszerek közül választhat az indexfejlesztő. A szerzőpáros szerint e döntési tényezők a következők:

- az indikátorok típusa (helyettesíthető/nem helyettesíthető);
- az összesítés típusa (egyszerű/összetett);
- az összehasonlítások típusa (abszolút/relatív);
- a súlyozás típusa (objektív/szubjektív) (*Mazziotta–Pareto, 2013. 71. o.*).

*Mazziotta és Pareto (2013)* ezenkívül megjegyzik azt is, hogy ezen iránymutatás mellett is gyakran előállhatnak olyan helyzetek, amikor a kutató szubjektív megítélésére van bízva, milyen kompromisszumokat (trade-offokat) hajlandó tenni. Azaz sok esetben nem lehet teljesen kielégíteni minden kívánatos kritériumot egy-egy döntési pont elérésekor. Mivel jelen tanulmány egy olyan módszer deprivációmérési területi alkalmazására tesz kísérletet, ami leginkább a súlyozási-aggregálási döntési pontok esetében jöhet szóba alternatív irányként, az alábbiakban röviden összegzem a kompozit indexek leggyakoribb súlyozási és aggregálási módszereit is. Ezt a két lépésőt sok esetben nem lehet külön kezelni, hiszen egy adott aggregálási döntés (például az egyszerű számtani átlag alkalmazása) már önmagában is maga után von implicit súlyozási döntéseket. A szakirodalom alapján azonban igyekszem az alábbiakban részben különválasztva bemutatni e két fő terület legfontosabb jellemzőit, módszereit.

A súlyozási és az aggregálási módszerek bemutatása előtt azonban szót kell még ejteni a változók esetleges transzformációjáról is, ugyanis bármilyen statisztikai elemzés vagy indexkészítés során szükség lehet transzformálásra is. Az egyik leggyakoribb eljárási példa erre a logaritmikus transzformáció, amelyet az adatok ferdeségének csökkentésére alkalmaznak (*OECD, 2008*). Ennek használatára példa a szegénységgel és egyenlőtlenséggel kapcsolatos szakirodalomban *Éltető Ödön és Havasi Éva* 2009-es tanulmánya, amelyben a szerzők a hazai jövedelemegyenlőtlenség jellemzéséhez alkalmazzák az eljárást. A szélsőértékek kezelésére gyakori megoldás a szegénységi és a deprivációs indexek esetében is a csonkolás vagy a cenzorált eloszlás alkalmazása. Az előbbi elhagyja a küszöb fölötti tagokat, míg az utóbbi a küszöb szintjével helyettesíti azokat (*Hajdu, 2012*). E leggyakrabban alkalmazott transzformációk mellett azonban számos további eljárás is alkalmazható. *Vita (1985)* például arra hívja fel a figyelmet, hogy *Schwartz* a jövedelmek köbgyökének eloszlását vizsgálva a logaritmikus transzformációnál jobb eredményre jutott, az előzőekben bemutatott SIMD pedig egy ponton exponenciális transzformációt is alkalmaz.

A kompozit indikátorok esetében az említett eljárásoknál azonban még gyakoribb transzformáció a normalizálás, amely segít abban, hogy az egyes változók azonos skálára kerüljenek, így jobban összevethetők, könnyebben súlyozhatók, aggregálhatók. Az *OECD 2008-as Kézikönyv a kompozit indikátorok alkotásához*



című kiadványa kilenc ilyen, gyakori normalizálási eljárást említ: rangsorolás, standardizálás, min-max normalizálás, távolság a referenciaértéktől, kategorikus skálázás, átlag feletti vagy alatti értékek alkalmazása, ciklikus indikátorok, vélemények egyensúlyának alkalmazása, éves különbségek százalékos aránya (OECD, 2008). A jelen tanulmányban használt SIMD a legegyszerűbb normalizálási eljárást, a rangsorolást alkalmazza, míg a standardizálásra és a min-max normalizálásra is bőven találunk példát a szegénységgel, a deprivációval és az egyenlőtlenséggel foglalkozó szakirodalomban (lásd pl. sokdimenziós szegénységi mutató – MPI, emberi fejlettségi index – HDI).

## 2.1. A változók súlyozása

A változók és az alindexek súlyozásáról Booyesen (2002), továbbá Rappai és Szerb (2011) alapján is elmondható, hogy bizonyos szinten minden súlyozás szubjektív, még az is, amikor a döntéshozó nem alkalmaz konkrét súlyozást, hiszen magának a módszertannak a kiválasztása is szubjektív percepciókon alapul. Az OECD (2008) eredményei/adatai alapján a súlyozás jelentése kettős, hiszen utal egyrészt az adott indikátorok explicit fontosságra a többi kritériumhoz képest, másrészt implicit fontosságukra is vonatkozik, hiszen az aggregációs lépésben a kritériumpárok közötti trade-offokat is implikálja.

A szakirodalomban számos, részvételen alapuló megközelítés (*participatory approach*) létezik, amelyek célja, hogy a szubjektív súlyozási gyakorlat a lehető legátláthatóbb legyen (Greco et al., 2019). Ezekben egy vagy több érdekelt fél dönt a választandó súlyozási módszerről vagy magukról a súlyokról. Az érintettek lehetnek szakértők, politikai döntéshozók vagy akár polgárok is, akiket az adott szakpolitikák a leginkább érintenek. E módszerek előnye, hogy szakpolitikai megalapozottságot és átláthatóságot biztosítanak, hátrányuk viszont, hogy egy szubjektív technikát további szubjektív korrekcióval próbálnak kiigazítani, így objektív eredményre sosem jutnak.

A részvételen alapuló megközelítésű módszerekkel<sup>4</sup> ellentétben a különböző statisztikai módszerek alkalmazása a megfelelő súlyok kiválasztására objektív megoldást kínál. Ez utóbbi módszereket összességében adatvezérelt (data-driven) súlyozási módszereknek is nevezzük (Decancq–Lugo, 2013). Az 1. táblázat összegzi néhány adatvezérelt típusú súlyozási módszer legfőbb karakterisztikáit.

<sup>4</sup> E módszerek előnyeit és hátrányait az OECD 2008-as *Kézikönyv a kompozit indikátorok alkotásához (Handbook on Constructing Composite Indicators)* című kiadványának 101–102. oldalán található táblázat kiválóan összegzi.

1. táblázat

**A leggyakrabban alkalmazott adatvezérelt súlyozási módszerek karakterisztikái**  
*Characteristics of the most frequently used data-driven weighting methods*

Adatvezérelt súlyozási módszer	Lényege	Hátrányok
Korrelációs elemzés	Kétféle alkalmazás: – Korrelációs mátrix: az indikátorok súlyai arányosak a korrelációkkal. – Információs kapacitás: endogén kritérium választása, majd a mutatók korrelációjának kiszámítása az adott kritériummal. E korrelációk adják a súlyok alapját.	– Nem biztos, hogy szignifikánsak a korrelációk. – Nem feltétlenül van ok-okozati összefüggés a változók között. – Endogén kritérium választásánál belép a szubjektum szerepe.
Többszörös lineáris regressziós elemzés	Regressziós egyenlettel becsült paraméterek adják a súlyok alapját. Ez a módszer figyelembe veszi az ok-okozati összefüggést is a részindikátorok és a kiválasztott kimeneti mutató között.	– Szigorú linearitást feltételez. – Ha lenne egy olyan kimeneti mérőszám, amelyhez objektíven lehet viszonyítani, akkor nem lenne szükség kompozit indexre.
Főkomponens-elemzés és faktoranalízis	Többféle alkalmazási lehetőség: – Faktorsúlyok használata súlyokként. – Az első komponens faktorsúlyának használata a mutatók súlyaként. – Faktorok használata a dimenziók, illetve az indikátorok struktúrájának megállapításához. – Az indikátorok körének szűkítése magyarázott varianciák alapján.	– Szubjektív kutatói döntési pontok (pl. faktorok száma, rotációs módszer). – Előfordulhatnak negatív súlyok, illetve alacsony korreláció az indikátorok között. – Az adatokból kiolvasható kapcsolatok nem biztos, hogy általános érvényű kapcsolatokat tükröznek, illetve az elméleti háttérrel összhangban vannak. – Időben és térben nem feltétlenül konzisztensek az egyedi adatokból nyert eredmények.

Forrás: Hellwig (1969), Ray (1989), Saisana–Tarantola (2002), Freudenberg (2003), Ogwang–Abdou (2003), Saisana–Saltelli–Tarantola (2005), OECD (2008), Ray (2008), De Muro–Mazziotta–Pareto (2011), Greyling–Tregenna (2016) és Greco et al. (2019) alapján saját szerkesztés.

Látható, hogy az adatvezérelt technikák alkalmazása sem mentes a problémáktól, akár az egyszerű korrelációt, akár a komplexebb PCA- vagy FA-módszert nézzük. A szakirodalom alapján egyébként az egyenlő súlyok használata mellett ez utóbbi két módszer a legelterjedtebb a kompozit indikátorok súlyozásánál. Ennek oka részben az, hogy ezek lényege az eredeti változók lehető legnagyobb varianciájának megragadása a lehető legkevesebb kompo-

nenssel, ami később az aggregálást is segíti. További előnyük, hogy kiszűrik a változók közti kapcsolatokból eredő átlapolást, azaz az előnyöket vagy a hátrányokat nem veszik halmozottan figyelembe. Meg kell jegyezni, hogy a szegénységmérés területén is találkozhatunk a fent említett példák mellett entrópiaalapú módszertanokkal is, amelyek közül a szakirodalomban *Hajdu (2012)* speciális entrópiatartalmú kovarianciamátrixra épülő GVIP (*generalized variance inequality and poverty*) többváltozós módszere számít úttörőnek az egyenlőtlenség többdimenziós mérésében.

## 2.2. A változók aggregálása

A kompozit indexek esetében a változók aggregálására is számos módszertan létezik. A legegyszerűbb és legszélesebb körben alkalmazott módszer az előzőleg normalizált változók egyszerű számtani vagy súlyozott átlagának számítása. *Rappai és Szerb (2011)*, továbbá *Ács, Autio és Szerb (2014)* azonban megjegyzik, hogy a szimpla átlagolás gyakran elfedi azt a lehetséges negatív hatást, amit a rosszabb változók ténylegesen generálnak egy-egy kompozit indexszel mért jelenség esetében. Az a feltételezés ugyanis, hogy egyes változók között teljes a helyettesíthetőség – vagyis egy változó gyenge teljesítménye teljes mértékben kompenzálható egy jobban teljesítő változó értékével – a legtöbb esetben nem igaz (*Rappai–Szerb, 2011*). Összességében viszont – ahogy a súlyozás esetében is – az aggregálási módszerekkel kapcsolatban is elmondható, hogy nincs olyan, hogy tökéletes séma, ugyanis mindegyik megközelítés más és más célra alkalmas, ennek megfelelően pedig különböző előnyökkel és hátrányokkal jár.

Az aggregálási módszereket többféle szempont alapján lehet csoportosítani. Beszélhetünk például kompenzáló és nem kompenzáló, egyszerű és komplex, additív, geometriai vagy multikritérium-alapú megközelítésekről, valamint egyes módszerekről is. A 2. táblázat röviden összegzi a szakirodalomban leggyakrabban előforduló aggregálási módszereket a kompenzáló és nem kompenzáló csoportosítást alapul véve.

2. táblázat

**Néhány gyakran alkalmazott aggregálási módszer legfontosabb karakterisztikái**  
*Main characteristics of certain frequently used aggregation methods*

Megnevezés	Típusai (például)	Jellemzők
Kompenzációs	Additív	Az állandó kompenzációt meghatározza a mutatópárok közötti helyettesítési arány. A lineáris aggregálás hátránya a tökéletes helyettesíthetőség feltételezése. Típusai például: – normalizált indikátorok összeadása (a leggyakoribb); – rangok összeadása, azonban ekkor az információ abszolút értéke elvész; – az átlag körüli meghatározott küszöb ( <i>benchmark</i> ) feletti és alatti indikátorok összegzése, azonban ekkor az intervallumszintű információ elvész.
	Geometriai	Mértani közép használata. Az egyenértékűség axiómáját szem előtt tartva bünteti a dimenziók közötti kiegyensúlyozatlanságot, azaz nincs tökéletes helyettesíthetőség, csak bizonyos fokú kompenzálhatóság.
	Borda-típusú	Ideális, ha csak egy alternatívát kell választani. Minden döntési kritériumra megállapítja a döntési alternatívák sorrendjét, melyekhez sorrendpontszámokat rendel. A végső sorrend az egyes sorrendekhez rendelt pontszámok összege. Az értékek információtartalmát nem használja, csak a sorrendjüket.
Nem kompenzációs	Condorcet-típusú	Előnyös alternatívák rangsorolásához. Páronkénti összehasonlításokon alapul. Minden pár esetében egy indexet számít ki úgy, hogy megszámlálja, hány egyedi mutató szól az egyes területek mellett. Így épül fel egy olyan mátrix, amelynek elemei állandó összeggel rendelkeznek.
	Nem kompenzációs multi-kritérium-elemzés	Páronkénti összehasonlítás után rangsorol, a kritériumok súlyait és az alternatív prioritásokat összesíti az alternatívák átfogó értékeléséhez. Fontosságalapú együtthatók nyerhetők általa. Előnye, hogy a minőségi és a mennyiségi információk együttesen kezelhetők, nem szükséges semmilyen manipuláció vagy normalizálás az egyes mutatók összehasonlíthatóságának biztosításához.

Forrás: Moulin (1988), Podinovskii (1994), Munda–Nardo (2003), OECD (2008), Munda–Nardo (2009), Kovacevic (2011), Decancq–Lugo (2013), Mishra–Nathan (2013), Van Puyenbroeck–Rogge (2017) és Greco et al. (2019) alapján saját szerkesztés.

### 3. A szűk keresztmetszetekért történő büntetés módszere (PFB)

Ha feltételezzük, hogy a kompozit indexek olyan összetevőkből állnak, amelyek kölcsönhatásba lépnek egymással, azaz egy – esetleges látens – jelenséget több, egymástól nem független komponens révén kívánunk mérni, akkor egyértelmű, hogy nem tulajdoníthatunk tökéletes helyettesítési szerepet az egyes dimenzióknak. A szűk keresztmetszetek fogalma két egymással szorosan összefüggő elmélet, a leggyengébb láncszem (*Theory of the Weakest Link, TWL*) és a korlátok elméletének (*Theory of Constraints, TOC*) az eredője. Ezen elméletek szerint ugyanis bármely dinamikus rendszer teljesítménye, amelyet kölcsönös függőségek és visszacsatolási hurkok jellemeznek, attól függ, hogy melyik elemnek a legalacsonyabb az értéke a rendszerstruktúrában. A TOC szerint javulás csak a leggyengébb láncszem – a szűk keresztmetszet – fejlesztésével érhető el, hiszen ez az, ami az összesített teljesítményt korlátozza (Ács–Autio–Szerb, 2014).

A hagyományos indexkészítési eljárások – amelyeket röviden bemutattam az előző alfejezetekben – rendszerint teljes vagy szinte teljes helyettesítést feltételeznek, azaz nem ismerik fel a szűk keresztmetszeti hatásokat. Az eredetileg vállalkozói ökoszisztéma mérésére kifejlesztett szűk keresztmetszetekért történő büntetés (*Penalty for Bottleneck, PFB*) módszerében a szűk keresztmetszetet a nemzeti vállalkozói dinamika leggyengébb láncszeme vagy kötelező érvényű korlátja jelentette. Ezt a viszonylag új indexkészítési eljárást egy évtizedes kifejlesztése óta alkalmazzák már több, összességében valamilyen területen mérhető fejlettséget vagy versenyképességet megragadó kompozit index készítésekor (Kömlösi et al., 2015; Wisenthige–Guoping, 2016; Lubbadah, 2019), azonban eddig még szegénységi és deprivációs kutatásokban jellemzően nem került elő a szakirodalomban indexkészítési alternatívaként. Pedig a szegénységmérés területén a kutatók már viszonylag régóta támaszkodnak kompozit indikátorokra, amelyek esetében fontos kritérium, hogy a dimenziók helyettesíthetőségének megkérdőjelezése nem hagyható figyelmen kívül. Az egyetlen szakirodalmi példa a PFB-módszer deprivációmérési megjelenésére Koós 2015-ös tanulmánya, aki magyar viszonylatban tett kísérletet a módszer alkalmazására. Koós (2015) értelmezésében azonban a depriváció kétdimenziós jelenségként jelenik meg, ami mindössze a jövedelemnek és a gazdasági függési rátának az alakulásán múlik, azaz nem tekinthetünk az általa használt indikátorra klasszikus értelemben vett kompozit indikátorként. További példát sem a hazai, sem a nemzetközi szakirodalomban nem találhatunk a PFB-módszer alkalmazására a szegénység- vagy a deprivációmérés területén.

A módszertan megalkotói szerint a PFB mint dinamikus indexkészítési technika a leggyengébb láncszem javítási implikációja révén alkalmas arra, hogy alapot teremtsen egyedi gazdaságpolitikai javaslatok megfogalmazásához (*Rappai–Szerb, 2011; Szerb–Lukovszki–Varga, 2019*). Emellett *Rappai és Szerb (2011)* megjegyzi, hogy „a módszer jól használható más esetekben is mind makrogazdasági, mind mikromutatókhoz, indexekhez, mint például a társadalmi jóléti vagy a termelési függvények, ahol az egyes tényezők és faktorok korlátozott helyettesíthetősége fontos szerepet játszik” (*Rappai–Szerb, 2011, 15. o.*).

Matematikailag a szűk keresztmetszetet a legalacsonyabb értéként azonosítjuk a normalizált indexkomponensek adott halmazán belül (*Ács–Autio–Szerb, 2014*). A PFB módszertana *Ács, Autio és Szerb (2014)* alapján két fontos korlátozó feltevést fogalmaz meg: egyrészt a dimenziók teljesítményének javítása azonos költségű minden dimenzió esetében, másrészt pedig bármely két dimenzió közötti kölcsönhatásokról feltételezhető, hogy azonos erősségűek. Módszertanát tekintve öt fő lépésből áll:

- normalizálás (minden változó esetén azonos tartományon belül),
- sorba rendezés,
- a szűk keresztmetszet definiálása,
- a büntetőfüggvény definiálása,<sup>5</sup>
- a büntetőfüggvény alkalmazása.

Tehát *Rappai és Szerb (2011)* nyomán egy  $[0;1]$  tartományba helyezett normalizálási eljárást követően az egyes indikátorokhoz tartozó értékeket nagyság szerint sorrendbe rendezzük, majd a terjedelemmutató segítségével definiáljuk a szűk keresztmetszetet, ami az adott változó és a legkisebb értékű változó különbsége lesz. Ezután definiálhatjuk a büntetőfüggvényt, ami általánosságban véve a következő módon írható fel:

$$x_i' = x_1 + f(x_i - x_1) \quad /1/$$

ahol  $x_i$  a változó eredeti értéke,  $x_1$  a legkisebb változó értéke (azaz a szűk keresztmetszet), és  $x_i'$  a változó büntetés utáni értéke.

Miután megfelelő büntetőfüggvényt választottunk, és alkalmaztuk a büntetést minden változó esetén, a kompozit index értékét a PFB-módszerrel kiigazított értékek egyszerű számtani átlagaként kapjuk meg (*Rappai–Szerb, 2011*).

<sup>5</sup> „A büntetőfüggvénynek a következő két feltételt kell teljesítenie: (1) ha  $f(0) = 0$ , akkor  $x_1' = x_1$ , és (2) mereksége a  $[0;1]$  zárt intervallumon nem nagyobb, mint 1” (*Rappai–Szerb, 2011. 6. o.*).

#### 4. Gyakorlati példa a PFB-módszer alkalmazására

Jelen fejezet a szűk keresztmetszetekért történő büntetés módszerének deprivációmérésben rejlő alkalmazási lehetőségét mutatja be az előzőekben már ismertetett skót többszörös depriváltsági index (SIMD) – mint egy gyakorlatban is használatos kompozit indikátor – adatain.<sup>6</sup> Tanulmányomnak nem célja az eredeti SIMD-index módszertani felülvizsgálata, a kapott eredményeket nem az index végleges értékeihez és az azokból nyert skót depriváltsági rangsorhoz hasonlítom, hanem a legtöbb kompozit indikátornál tradicionálisan alkalmazott számtani és mértani közép szerinti aggregálással kapott indexértékekhez. Továbbá az eredetileg hét dimenziót felölelő SIMD adataiból a szolgáltatásokhoz való hozzáférés dimenziójának használatától eltekintek, és csak hat dimenzió mentén (jövedelem, foglalkoztatás, egészségügy, oktatás, lakhatás és bűnözés) értelmezem a depriváltságot. E döntés hátterében a szolgáltatásokhoz való hozzáférés statisztikai és elméleti megalapozottságának megkérdőjelezhetősége<sup>7</sup> áll, ugyanis e dimenzió minden további dimenzióval, így magával a kompozit indexszel is negatívan korrelál, valamint tartalmát tekintve az adott szolgáltatások minőségét nem képes megragadni. A szolgáltatásokhoz való hozzáférést a szakirodalom sem sorolja az elengedhetetlen dimenziók közé (*Allik et al., 2019*). Emellett maga az SIMD-jelentés is megjegyzi, hogy a szakirodalom jelenleg még hiányolja a megfelelő, robusztus mutatókat e dimenzió mérésére, ami megnehezíti e terület pontos megértését és a deprivációban élő vidéki háztartások életminőségének javítására szolgáló hatékony módszerek kidolgozását (*Thomson, 2016*). A továbbiakban bemutatott elemzések tehát az eredeti hét helyett hat dimenzió mentén mért deprivációs indexre vonatkoznak.

Az 1. ábrán bemutatott dimenziókon belüli aggregálási és normalizálási lépéseket követően kialakult dimenziónkénti rangsor már önmagában egyfajta egyszerű normalizálásként értelmezhető (*OECD, 2008*). E ponttól, azaz a dimenziós rangsortól kezdődően vettem alá az adatokat a szűk keresztmetszetekért történő büntetés módszertani lépéseinek, hiszen ez a módszer is normalizálási lépéssel kezdődik. Mivel fontos az azonos intervallumon mérhetőség, az eredeti rangszámok helyett tört rangszámokat alkalmaztam (*Tucker–Zarowin, 2005*), azaz az egyes értékeket a maximálisan elérhető rangszámmal leosztva kaptam a [0;1] intervallumon mért változóimat, amelyeken a sorba rendezés után *Rappai és Szerb (2011)* alapján az alábbi büntetőfüggvényt alkalmaztam:

$$f(z) = \ln(1 + z) \quad /2/$$

<sup>6</sup> Az SIMD egyes dimenzióinak konkrét tartalmát, az indikátorok rövid bemutatását a Függelék F1. táblázata tartalmazza.

<sup>7</sup> Lásd Függelék F1. ábra.

Azaz a büntetés után egy-egy konkrét dimenzió értéke az alábbi egyenlet szerint módosult:

$$x'_i = x_1 + \ln(1 + x_i - x_1) \quad /3/$$

A logaritmikus büntetőfüggvény, amelyet *Rappai és Szerb (2011)* alapján választottam, enyhe büntetést feltételez. Úgy vélem, a deprivációmérés területén is megalapozott ez az irány, hiszen az egyes dimenziók koncepcionális távolsága nehezen mérhető, így az erősebb – például négyzetgyökös – büntetés mélyre menő elméleti megalapozást és már aszerinti kiinduló indikátorválasztást igényelne.

Ezt követően a kapott dimenziók szerinti új rangoknak egyszerű számtani átlagát vettem, hogy megkapjam a végső deprivációs rangsort, amelyet az eredeti adatok használatával kalkulált egyszerű számtani átlag alapú és mértani közép alapú aggregálási technikákkal is kiszámítottam. A rangok közötti abszolút eltérések leíró statisztikáit a 3. táblázat tartalmazza.

3. táblázat

**Az új rangszámok közötti abszolút eltérés leíró statisztikái**  
*Descriptive statistics of the absolute differences between the new ranks*

Megnevezés	A számtani átlag és a PFB-átlag közötti abszolút eltérés	A mértani átlag és a PFB-átlag közötti abszolút eltérés
Várható érték	132,300	88,092
Standard hiba	2,052	1,624
Medián	87	60
Módusz	1	1
Szórás	171,405	135,628
Minimum	0	0
Maximum	1618	2722

Forrás: *SIMD (2020)* alapján saját számítás.

A 3. táblázat alapján elmondható, hogy a várható értékek igen különbözőek a számtani és a mértani közép alkalmazása esetén a PFB-módszerrel kalkulált rangokhoz képest. A módusz mindkét esetben 1, azaz általánosságban elmondható, hogy legtöbbször egy-egy helycsere a különböző rangsorolások következménye. Ilyenkor a kiegyensúlyozatlan dimenziókkal rendelkező területeket megelőzik a kiegyensúlyozottabb értékekkel rendelkező szomszédjaik a szűk keresztmetszetekért történő büntetés módszerének alkalmazása következtében. Látható továbbá, hogy vannak olyan területek is, amelyek nem váltanak pozíciót – ezek jellemzően a kiegyensúlyozottabb értékekkel rendelkező adatzónák. A táblázatból kiolvasható maximumértékek is igen beszédesek, azt jelzik, hogy akadtak olyan területek, amelyek esetében nagyon látványos különbség volt az egyes dimenziók és a szűk keresztmetszetként azonosítható dimenzió értéke között. Ezek a terüle-



tek, amelyek maximumértékként azonosíthatók, Glasgowban található. A legnépesebb skót város központjának déli része (City Centre South) például sokszor szerepel a híradásokban a gyakori bűncselekmények miatt. Így ez az amúgy nagyon fejlett városrész magas bűnözési aránya igen kiegyensúlyozatlanná teszi a kompozit index dimenzióit. Ez látszik a nagy rangkülönbségben. Emellett, szintén Glasgowban, az Észak-Gallowgate és Bellgrove városrész területén található adatzóna a lakhatási helyzeti adottságai miatt nagyon eltérő végleges rangsorbeli értékekkel rendelkezik. Látszik ugyan, hogy a számtani átlaghoz képest az enyhe büntetést alkalmazó PFB-módszer is képes nagy különbségeket mutatni a rangok között, azonban az elvárásoknak megfelelően egy erősebb „büntetést” eszközölő mértani közép ennél is radikálisabb rangsorváltozást eredményezhet – még a már amúgy is büntető PFB-hez képest is. Ennek következtében talán előrevetíthető, hogy a deprivációmérés területén ilyen sok, összetett dimenzió esetén módszertanilag nem tűnik megalapozottnak a túl erős „büntetés”, azaz a mértani közép használata.

4. táblázat

**Példák a PFB-módszer alkalmazásának demonstrálására***Examples of the applied PFB methodology*

Megnevezés	Terület	Jövedelem	Foglalkoztatás	Egészségügy	Oktatás	Bűnözés	Lakhatás
Eredeti értékek	Blackhall <sup>a)</sup>	0,9917	0,9958	0,9903	0,9878	0,9458	0,9599
	Petershill <sup>a)</sup>	0,0007	0,0016	0,0060	0,0754	0,0156	0,0027
	Dél-Glenwood <sup>a)</sup>	0,0023	0,0040	0,0024	0,0181	0,0661	0,1124
	Nitshill <sup>a)</sup>	0,0222	0,0311	0,0027	0,0695	0,0119	0,0675
	Észak-Gallowgate és Bellgrove <sup>a)</sup>	0,9983	0,9986	1,0000	0,9171	0,7361	0,0009
PFB-korrigált értékek	Blackhall <sup>a)</sup>	0,9907	0,9946	0,9893	0,9870	0,9458	0,9598
	Petershill <sup>a)</sup>	0,0007	0,0016	0,0060	0,0727	0,0155	0,0027
	Dél-Glenwood <sup>a)</sup>	0,0023	0,0040	0,0024	0,0179	0,0641	0,1067
	Nitshill <sup>a)</sup>	0,0220	0,0307	0,0027	0,0674	0,0119	0,0655
	Észak-Gallowgate és Bellgrove <sup>a)</sup>	0,6927	0,6929	0,6936	0,6512	0,5520	0,0009

a) Jelöli a feltüntetett területek kiragadott adatzónáit, ugyanis egy azonos nevű terület sok esetben több különböző adatzónára van bontva. Ezek pontos SIMD-kódjait a Függelék F2. táblázata tartalmazza.

Forrás: *SIMD (2020)* alapján saját szerkesztés.

A 4. táblázatban példákat láthatunk a szűk keresztmetszetekért történő büntetés konkrét működési elvére. A példák a Skócia két legnagyobb városából, Glas-

gowból és Edinburghból kiragadott adatzónák mentén jól illusztrálják a PFB-módszer lényegét. Az edinburghi Blackhall városrész egyik adatzónájának területe például nagyon kiegyensúlyozott képet mutat, itt deprivációra utaló tényező csak minimális mértékben van jelen bármely dimenzió esetén. Találunk tehát matematikailag szűk keresztmetszetet – a bűnözést –, azonban a büntetés mértéke nagyon alacsony, a [0,0001; 0,0012] intervallumon belül mozog a többi öt dimenzióra nézve. Így az 5. táblázatból látható, hogy bármely aggregálási módszer alkalmazva ugyanarra a 6971-es rangra jutunk. Hasonló a helyzet a glasgow-i Petershill városrész egyik adatzónája esetében is, ahol szintén nagyon alacsonyak a különbségek az egyes dimenziók értékei között, ám e terület esetében súlyos depriváltságot fedezhetünk fel mind a hat dimenzió alapján. Itt tehát a jövedelmi helyzet adja a depriváltság fő szűk keresztmetszetét, ennek a dimenzió az értéke alapján történik a büntetés, azonban az is kiolvasható az 5. táblázatból, hogy a terület nem vált pozíciót a végső rangsorban, akármilyen aggregálási technikával összegezzük is a dimenziók értékeit.

5. táblázat

**A 4. táblázatban hozott példák további statisztikái***Additional descriptive statistics of the examples from Table 4*

Terület	Átlag			Rang			Abszolút eltérés	
	(Sz)	(M)	(PFB)	(Sz)	(M)	(PFB)	(Sz–PFB)	(M–PFB)
Blackhall <sup>a)</sup>	0,9785	0,9784	0,9779	6971	6971	6971	0	0
Petershill <sup>a)</sup>	0,0170	0,0053	0,0165	6	6	6	0	0
Dél-Glenwood <sup>a)</sup>	0,0342	0,0120	0,0329	34	24	33	1	9
Nitshill <sup>a)</sup>	0,0342	0,0217	0,0334	33	51	34	1	17
Észak-Gallowgate és Bellgrove <sup>a)</sup>	0,7752	0,2887	0,5472	5700	2156	4082	1618	1926

a) Jelöli a feltüntetett területek kiragadott adatzónáit, ugyanis egy azonos nevű terület sok esetben több különböző adatzónára van bontva. Ezek pontos SIMD-kódjait a Függelék F2. táblázata tartalmazza.

Forrás: *SIMD (2020)* alapján saját szerkesztés.

A szintén glasgow-i Dél-Glenwood és Nitshill városrészek egy-egy adatzónája klasszikus példája a rangsorban való helycserének, hiszen látható, hogy Dél-Glenwood adatzónájának a többi dimenzióhoz képesti viszonylag kedvező lakhatási dimenzióban mért értéke a számtani átlagoláskor képes volt kiegyenlíteni valamelyest a többi dimenzió rossz értékeit. Ám erre a szűk keresztmetszetekért történő büntetés következtében már kisebb mértékben volt lehetősége, így helyet cserélt a kiegyensúlyozottabb dimenziós értékekkel rendelkező Nitshill adott adatzónájával. Észak-Gallowgate és Bellgrove példáját pedig már az előzőekben érintettem, ez a maximuma a PFB és a számtani átlag által állított rangsorban történő rangváltozásoknak. Látható, hogy a nagyon jó dimenzióértékekkel ren-

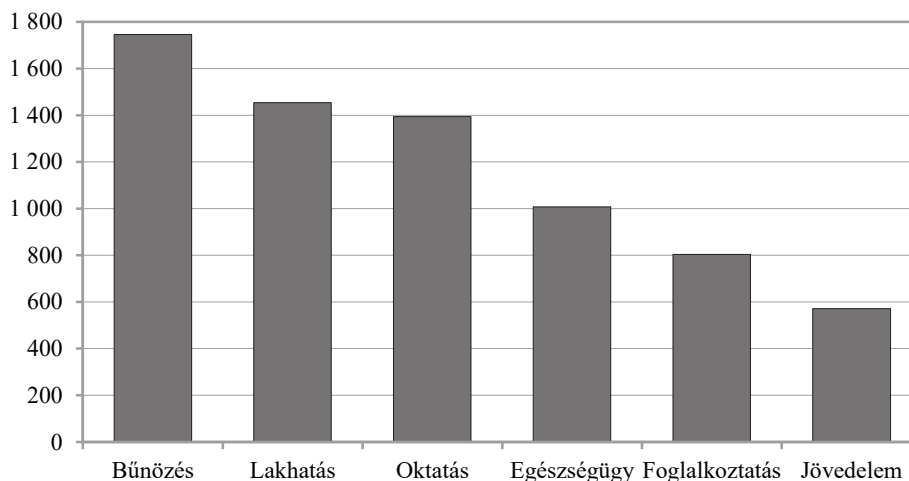
delkező glasgow-i adatzóna nagyon kis depriváltságot mutat az egyszerű számtani átlagon alapuló rangsorban, azonban, ha megnézzük a lakhatási dimenzió mint szűk keresztmetszet értékét, akkor szembetűnő, hogy e tekintetben nagyon depriválnak tekinthető a településrészt. E terület szűk keresztmetszetként történő beazonosítása lehetőséget adhat a döntéshozóknak arra, hogy célzott eszközökkel kezeljék ezt a szembetűnő problémát, hiszen az adott adatzóna esetében lehetséges, hogy ennek az egyetlen szűk keresztmetszetnek a felszámolásával reális cél lehetne a depriváció szinte teljes kiküszöbölése.

A 2. ábra alapján láthatjuk, hogy az egyes dimenziók hány esetben számítanak szűk keresztmetszetnek. A PFB-módszer használatának előnye – amellet, hogy az egyes területekre lebontva reálisabb képet mutat az adott területre jellemző deprivációs szintről – abban áll, hogy összességében is felhívja a döntéshozók figyelmét arra, hogy mely területeket kell leginkább fejleszteni a deprivációs helyzet országos szintű javulásához. A 2. ábra jól érzékelteti, hogy a legtöbb esetben a bűnözés és a lakhatás a szűk keresztmetszet, így az ezen dimenziók által lefedett jelenségekre mindenképpen érdemes kiemelt figyelmet fordítani.

2. ábra

**Az egyes deprivációs dimenziók milyen gyakorisággal számítanak szűk keresztmetszetnek a PFB-módszer alkalmazásakor**

*The frequency of each dimension counting as a bottleneck using the PFB methodology*



Forrás: SIMD (2020) alapján saját szerkesztés.

A 6. táblázatból látható az is, hogy a szűk keresztmetszetek típusa és a depriváció alapján rangsorolt területek decilis alapú felosztása (1 = legdepriváltabbtól 10 = legkevésbé depriváltig) mutat összefüggést, amely ugyan egy gyenge, azon-

ban szignifikáns sztochasztikus kapcsolattal írható le ( $\chi^2_{45} = 509,9950$ ,  $p < 0,001$ , Cramer's  $V = 0,1209$ ). Ha csak külön az első és az utolsó decilist vizsgáljuk, akkor megállapítható, hogy közepesen erős kapcsolat van a decilis és a szűk keresztmetszetek típusa között ( $\chi^2 = 196,3887$ ,  $p < 0,001$ , Cramer's  $V = 0,3752$ ). Míg a legkevésbé deprivált területek esetében a bűnözés megfékezése lehet a legfontosabb prioritás a döntéshozók számára, addig a deprivált településeken jellemzően az oktatási reformok segíthetnének. A PFB-módszer előnye ilyen típusú következtetések levonásánál az, hogy felhívja a figyelmet a szűk keresztmetszet alapú vizsgálódás fontosságára, valamint eszköztárat nyújt annak indexbe építésére.

6. táblázat

**A szűk keresztmetszetként azonosított dimenziókat és a depriváltsági deciliseket összegző kontingenciátábla**  
Contingency table of the bottleneck dimensions and the deprivation deciles

Szűk keresztmetszet	Decilisek									
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Bűnözés	80	123	156	160	158	194	165	188	239	283
Oktatás	171	181	164	134	148	110	123	123	107	133
Foglalkoztatás	127	108	80	87	86	71	69	62	59	55
Egészségügy	128	104	111	96	102	89	86	92	110	89
Lakhatás	67	110	130	168	163	176	210	186	150	94
Jövedelem	124	72	56	53	41	57	45	46	33	44
Összesen	697	698	697	698	698	697	698	697	698	698

Forrás: *SIMD (2020)* alapján saját szerkesztés.

Ha a decilis szerinti bontás alapján tovább vizsgáljuk az adatokat, akkor elmondható az is, hogy az egyes decilisekben nem azonos a rangok változásának tendenciája, ha számtani átlagolást vagy PFB-módszert használunk. A 7. táblázat mutatja a számtani átlagolás által adott rangok és a PFB-módszerrel nyert rangok közötti abszolút eltérések átlagát. A táblázatból látható, hogy míg az 1., a 2., a 3. és a 10. decilisben átlagosan 100 alatti volt a rangszámok közti különbség, addig a köztes decilisekben néhol a 200-at is meghaladta az abszolút eltérések átlaga. Ebből arra a jelenségre lehet következtetni – ahogyan azt *Rappai és Szerb (2011)* is megállapítják az általuk eredetileg vizsgált vállalkozói ökoszisztémát leíró index elemzésekor –, hogy a rangsorok szélén elhelyezkedő területek jellemzően kiegyensúlyozottabbak, azaz a szűk keresztmetszet mentén történő büntetés nagyon enyhe rájuk nézve. Így e területek nem, vagy nem jelentős mértékben mozdulnak el az eredeti rangjukhoz képest.

Érdekesség ennek az indexnek az esetében, hogy míg a leginkább deprivált területi egységekre nézve nagyon kis átlag és szórás jellemző az abszolút eltérés tekintetében, addig a skála másik végén álló, jellemzően nem deprivált területeknél nagyobb szórást és átlagos különbségeket fedezhetünk fel. Ennek oka abból eredhet, hogy a nagyvárosoknak jellemzően több olyan kisebb városrészük van, amelyek helyi szegregátumokként nem kedvező karakterisztikákkal is rendelkeznek nagyvárosi elhelyezkedésből adódó fejlettségük ellenére. Így e területek jellemzően kiegyensúlyozatlan dimenzióstruktúrával rendelkeznek, ami a PFB-módszer alkalmazásával felszínre kerülhet.

7. táblázat

**A számtani átlagolás által adott rangok és a PFB-módszerrel nyert rangok közötti abszolút eltérések átlaga**

*Absolute mean differences between ranks based on arithmetic means and the PFB method*

Decilisek	N	Átlag	Szórás	Standard hiba
1.	697	13,2109	13,5141	0,5119
2.	698	44,9756	33,4059	1,2644
3.	697	80,0445	55,1626	2,0894
4.	698	112,9527	84,7118	3,2064
5.	698	155,3223	123,3341	4,6683
6.	697	211,2425	179,6512	6,8048
7.	698	231,5946	209,7513	7,9392
8.	697	230,3702	250,4784	9,4875
9.	698	178,4986	242,2723	9,1701
10.	698	64,7923	108,7842	4,1175

Forrás: *SIMD (2020)* alapján saját szerkesztés.

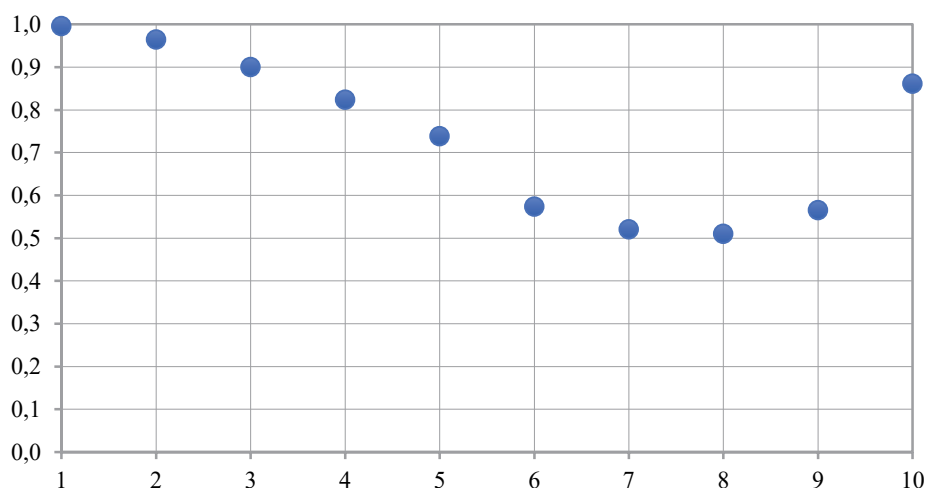
Összességében tehát elmondható, hogy a számtani átlaggal számított rangok és a PFB-módszer által kapott rangok erős együttmozgásban vannak, a kapcsolatot leíró korrelációs együttható  $r = 0,9942$ , ami erős pozitív irányú sztochasztikus kapcsolatra utal. Ha a 3. ábrán megnézzük az egyes decilisekben külön-külön a rangok közötti korrelációt, akkor hasonló képet kapunk, mint a 7. táblázat alapján, azaz megfigyelhető, hogy a legdepriváltabb területek vizsgálata esetén a legkisebb a különbség a két módszerrel számított rangok között. Ezek nagyon szorosan együtt mozognak, majd a közbenső decilisek felé haladva egyre kevésbé szoros ez az együttjárás, ekkor már csak közepesen erős pozitív irányú kapcsolatról beszélhetünk. A 10. decilis esetében pedig ismét erős kapcsolat fedezhető fel a két típusú rangsorolás között, azonban az is szembevetendő, hogy ez a kapcsolat nem olyan erős, mint az alsó decilisek esetében.

A szűk keresztmetszetekért történő büntetés módszere tehát alkalmas eszköz lehet arra is, hogy a különböző decilisekbe eső területeken beazonosítsa azokat a fejlesztési célokat, amelyekhez megfelelő eszközöket rendelve az adott területeken minőségi fejlesztést lehet elérni. A nélkülözés felszámolásának irányába tett hatékony lépésekhez pedig különösen fontos, hogy az egyes területeken megjelenő szűk keresztmetszeteket ne fedjék el a kiugró értékek, hiszen az utóbbiak jelentős mértékű rangjavításra képesek, háttérbe szorítva egyes dimenziókat, amelyek fejlesztése kardinális lehet egy-egy adatszónában tapasztalható deprivációs szint jelentős javításához.

3. ábra

**A számtani átlagolás és a PFB-módszerrel kapott rangok közötti rangkorreláció értékeinek ábrázolása decilisenként**

*The correlation between ranks based on arithmetic means and the PFB method in each decile*



Forrás: *SIMD (2020)* alapján saját szerkesztés.

Elmondható továbbá, hogy nem azonos mértékben érintik a rangsorbeli eltérések az egyes területeket. Ezt demonstrálja a 8. táblázat is, amelyben Skócia három legnagyobb városának (számtani és PFB-módszer közötti) átlagos rangbeli eltéréseit szemléltetem, decilisalapú bontásban. A táblázatból kiolvasható, hogy míg a korábbiakban bemutatott tendencia felfedezhető a köztes decilisekben látható nagyobb eltérések terén, addig az is szembevetendő, hogy az egyes városok esetében mennyire különböző rangbeli eltéréseket tapasztaltak. Aberdeenben például a legdepriváltabb településrészek (1. decilis) esetében (5 darab) egyáltalán nem jelentkezett rangsorbeli változás, azaz ott szisztematikusabb a depriváltság, mint például Glasgowban. Utóbbi ugyanis nagyobb városként valószínű-

leg szegregáltabb, így egyes településrészekben más-más dimenziók mutathatnak kiugró értékeket, ami nagyobb sorrendváltozást okozhat a rangsorolási módszer fényében. Fontos megjegyezni azonban, hogy míg Glasgowban az adatszónák 30%-a tartozik a legdepriváltabb kategóriába, addig Edinburghban csak a területek 5, Aberdeenben pedig csupán 2%-a esik az első decilisbe.

8. táblázat

**A számtani átlagolás és a PFB-módszerrel számított rangok közötti abszolút eltérés alakulása, depriváltsági decilis alapú bontásban, Skócia három legnagyobb településén**  
*Absolute differences between ranks based on arithmetic means and the PFB method in the three largest cities of Scotland*

Decilisek	Glasgow	Edinburgh	Aberdeen
1.	3,74	0,83	0,00
2.	6,87	1,93	1,75
3.	8,87	6,62	3,10
4.	15,74	12,53	6,69
5.	18,11	17,73	9,83
6.	25,49	21,53	9,85
7.	24,89	28,58	10,38
8.	24,02	37,31	9,76
9.	21,19	29,11	6,38
10.	16,08	25,69	6,76
Összesen	12,17	21,32	6,72

Forrás: *SIMD (2020)* alapján saját szerkesztés.

Mivel Glasgowban nagyvárosi jellegéből adódóan bőven akadnak olyan dimenziók, amelyek kiugró értéket mutatnak a fejlettség vagy a fejletlenség terén, e város vizsgálatok például számos előnnyel járhat a PFB-módszer alkalmazása. Ebben az esetben ugyanis a szűk keresztmetszeteket célzottan be lehet azonosítani, és radikális javulást lehet elérni egy-egy terület fejlesztésével. Ugyancsak előny, hogy igazgatási szinten is racionális területi egységként lehet kezelni a várost, így egyszerűbb a lokális szintű beavatkozás is, amelynek célját és eszközeit szintén a szűk keresztmetszetekre lehet alapozni. A tanulmányban bemutatott alapindex egyértelmű korlátja ugyanis, hogy mesterségesen létrehozott adatszónákra számított értékekre alapoz, azaz az egyes egységek nincsenek egy konkrét döntéshozói kézen, így a szakpolitikai beavatkozás is nehézkesebb. Az *SIMD* előnye azonban, hogy nagyon kis területi egységekre lebontva látható a deprivációs helyzet. Így az egyes területeket aggregálva, és azon belül a probléma forrását lokálisan felkutatva is lehet elemezni az eredményeket, és megfelelő intézkedéseket lehet tenni a PFB-módszer használatával a depriváció sikeres felszámolására.

## 5. Konklúzió

A kompozit indexek tényerése nagy kihívások elé állítja a kutatókat, hiszen nincs egy konkrét, legjobb megoldás az ilyen típusú indikátorok megfelelő készítésére és alkalmazására. A kutató szubjektuma nemcsak az indexkészítés során felmerülő módszertani döntéseket, hanem már magát a jelenség értelmezését, megragadását is befolyásolja. Jelen tanulmányban bemutattam egy olyan indexkészítési alternatívát, amely a deprivációkutatás területén novumnak tekinthető, és mind elméleti elgondolása, mind eredményei fontos tartalmat közvetítenek. A deprivációmérésnél a dimenziók helyettesíthetősége erősen megkérdőjelezhető, ennek ellenére a legtöbb tradicionális módszertan e kérdéskört figyelmen kívül hagyja az aggregálási döntések meghozatalánál. A szűk keresztmetszetekért történő büntetés módszere válaszul szolgálhat e dilemmára, hiszen a büntetőfüggvény kijelölése szabadságot ad a büntetés mértékének meghatározására, azonban bármilyen függvény választása biztosítja, hogy az elméleti helyettesíthetlenségi axióma nem sérül. A PFB deprivációkutatásbeli alkalmazása megfelelő eszköz lehet arra, hogy beazonosítsa azokat a fejlesztési célokat, amelyekhez megfelelő eszközöket rendelve az adott területeken minőségi fejlesztést lehet elérni. A depriváció felszámolásának irányába tett hatékony lépésekhez különösen fontos, hogy az egyes területeken megjelenő szűk keresztmetszeteket ne fedjék el a kiugró értékek. Az egyszerű számtani átlagolással számított rangok ugyan nagyon erősen korrelálnak a PFB-vel számított rangokkal, azonban e korreláció további lebontása megmutatja, mennyire árnyalt a kép a nem szélsőséges decilisekbe eső területek rangszámai esetén.

A tanulmányban az SMID hat dimenzióját alapul véve ismertettem a PFB-módszer előnyeit, az elérhető különbségeket a tradicionális átlagoláshoz képest, és azok jelentőségét. A különböző alapú bontások (pl. decilisek, nagyvárosok) vizsgálata lehetővé tette annak bemutatását, hogy a módszer alkalmas gazdaságpolitikai konklúziók levonására és megfelelő eszköztár kijelölésére. Mivel a tanulmány a PFB-módszer deprivációmérési területi alkalmazhatóságának racionalitását volt hivatott kutatni, terjedelmi korlátok miatt csak egy természetes alapú logaritmikus büntetőfüggvényt mutattam be. A büntetőfüggvények körének növelésével további összevethető adatokat nyerhetünk, amelyek a konkrét, használatban lévő indikátorok felülvizsgálatát is megalapozhatják. A PFB-módszer alkalmazásának azonban vannak korlátjai, ezek további vizsgálata is szükséges ahhoz, hogy a deprivációmérés területi alkalmazhatóságát erősítsük. A korlátok közé tartozik, hogy a módszer az egyes dimenziók teljesítményének javítására azonos költséget feltételez, ami a depriváció szerteágazó nélkülözési dimenzióit figyelembe véve nem biztos, hogy minden esetben feltételezhető. Továbbá a módszer bármely két dimenzió közötti kölcsönhatásokról azt feltételezi, hogy azonos erősségűek. E területek vizsgálata jövőbeli kutatási irányként azonosítható.



## Függelék

F1. táblázat

**Az SIMD indikátorainak listája\***  
*List of SIMD indicators*

Dimenzió	Indikátor	Mértékegység	Leírás
Jövedelem	Income_rate	Százalék	Jövedelmi deprivációban szenvedők (akik pl. jövedelemtámogatásban, bevételalapú foglalkoztatási juttatásban, álláskeresői járadékban stb. részesülnek)
Foglalkoztatás	Employment_rate	Százalék	Munkaerőpiaci deprivációban szenvedők (akik pl. munkanélküli segélyben részesülnek)
Egészségügy	CIF	Standardizált arány	Standardizált fogyatékosági faktor
	ALCOHOL	Standardizált arány	Alkoholfogyasztás miatt kórházban töltött éjszakák száma
	DRUG	Standardizált arány	Drogfogyasztás miatt kórházban töltött éjszakák száma
	SMR	Standardizált arány	Standardizált halálozási ráta
	DEPRESS	Százalék	Azok a betegek, akiknek szorongásoldó, antipszichotikus vagy antidepresszáns gyógyszereket írtak fel, az adatszóna lakosságának arányában
	LBWT	Százalék	Az alacsony születési súllyal született csecsemők aránya
	EMERG	Standardizált arány	Sürgősségi kórházi ellátási arány
Oktatás	Attendance	Százalék	A tanulók iskolalátogatási aránya
	Attainment	Átlagpontoszám	Az iskolaelhagyók legmagasabb végzettsége
	no_qualifications	Standardizált arány	Végzettség nélküli munkaképes korú lakosság
	not_participating	Százalék	Azoknak a 16–19 éveseknek az aránya, akik nem vesznek részt oktatásban, foglalkoztatásban vagy képzésben
	University	Százalék	Az egyetemre belépő 17–21 évesek aránya

(A táblázat folytatása a következő oldalon)

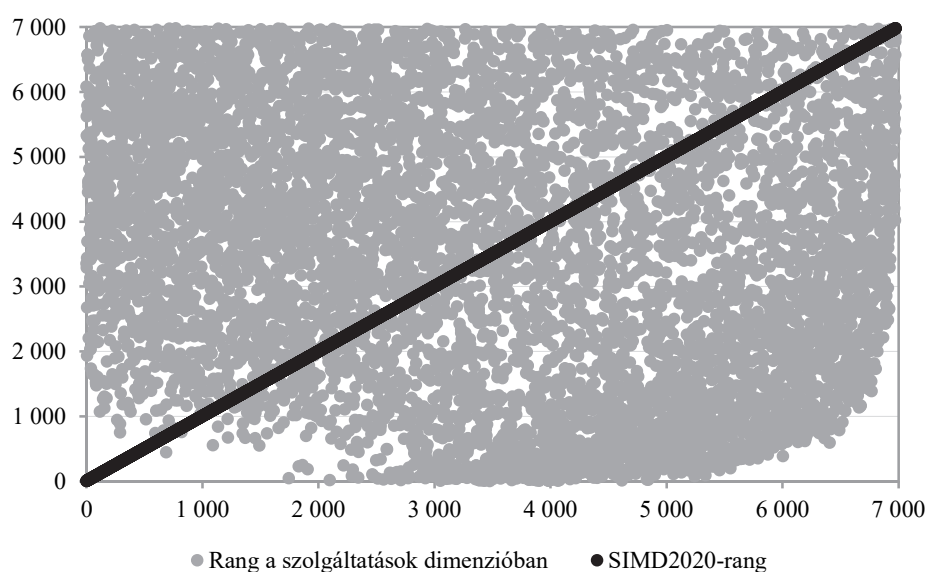
*(folytatás)*

Dimenzió	Indikátor	Mértékegység	Leírás
Szolgáltatások	drive_petrol	Idő (perc)	Átlagos menetidő benzinkútig (autóval)
	drive_GP	Idő (perc)	Átlagos menetidő háziiorvosig (autóval)
	drive_PO	Idő (perc)	Átlagos menetidő postáig (autóval)
	drive_primary	Idő (perc)	Átlagos menetidő általános iskoláig (autóval)
	drive_retail	Idő (perc)	Átlagos menetidő bevásárlóközpontig (autóval)
	drive_secondary	Idő (perc)	Átlagos menetidő középiskoláig (autóval)
	PT_GP	Idő (perc)	Átlagos tömegközlekedési menetidő háziiorvosig
	PT_Post	Idő (perc)	Átlagos tömegközlekedési menetidő postáig
	PT_retail	Idő (perc)	Átlagos tömegközlekedési menetidő bevásárlóközpontig
	broadband	Százalék	Szupergyors szélessávú (legalább 30 Mb/s letöltési sebességű) hozzáféréssel nem rendelkező épületek aránya
Bűnözés	crime_rate	10 000 főre vetített arány	Erőszakos bűncselekmények, szexuális bűncselekmények, családon belüli erőszak, vandalizmus, kábítószerrel kapcsolatos bűncselekmények és gyakori testi sértések aránya 10 000 főre vetítve
Lakhatás	overcrowded_rate	Százalék	A túlszűfolt háztartásokban élők aránya
	nocentralheat_rate	Százalék	A központi fűtéssel nem rendelkező háztartásokban élők aránya

\* Néhány dimenzió (pl. jövedelem, foglalkoztatás) és indikátor (pl. CIF) kiszámítása számos különböző adatállomány együttes figyelembevételével történik. Ezek változóstruktúrájának pontosabb áttekintéséhez lásd *Skót kormány (2016)*.

Forrás: *Skót kormány (2016)* alapján saját szerkesztés.

F1. ábra  
**A szolgáltatások dimenzió kiemelésének indoklására szolgáló további bizonyítékok**  
**(együttmozgás és korrelációs mátrix)**  
*Further evidence supporting the omission of the access to services dimension*  
*(joint movement diagram and correlation matrix)*



Megnevezés	SIMD 2020	Jövedelem	Foglalkoztatás	Egészségügy	Oktatás	Szolgáltatások	Bűnözés	Lakhatás
SIMD2020	1							
Jövedelem	0,9722	1						
Foglalkoztatás	0,9665	0,9639	1					
Egészségügy	0,9388	0,9402	0,9414	1				
Oktatás	0,9135	0,8842	0,8604	0,8557	1			
Szolgáltatások	-0,2263	-0,3440	-0,3363	-0,3502	-0,2734	1		
Bűnözés	0,6593	0,6433	0,6366	0,6211	0,5998	-0,4414	1	
Lakhatás	0,6924	0,6965	0,6566	0,6498	0,6819	-0,4289	0,5893	1

Forrás: *SIMD (2020)* alapján saját szerkesztés.

F2. táblázat

**A 4. és 5. táblázatban felhasznált területi példák egyedi SIMD-adatzónakódjai**  
*Individual SIMD data zone codes of the territorial examples used in Tables 4 and 5*

Terület	Tartomány	SIMD-kód
Blackhall	Edinburgh	S01008896
Petershill	Glasgow	S01010207
Dél-Glenwood	Glasgow	S01009975
Nitshill	Glasgow	S01009775
Észak-Gallowgate és Bellgrove	Glasgow	S01010258

Forrás: *SIMD (2020)* alapján saját szerkesztés.

## Irodalom

- Allik, M. – Leyland, A. – Ichihara, M. Y. T. – Dundas, R. (2019): Creating small-area deprivation indices: a guide for stages and options. *Journal of Epidemiology and Community Health*. Vol. 74. No. 1. pp. 20–25.  
<https://doi.org/10.1136/jech-2019-213255>
- Ács, Z. – Autio, E. – Szerb, L. (2014): National systems of entrepreneurship: Measurement issues and policy implications. *Research Policy*. Vol. 43. No. 3. pp. 476–494.  
<https://doi.org/10.1016/j.respol.2013.08.016>
- Bartus G. (2013): A fenntartható fejlődés fogalom értelmezésének hatása az indikátorok kiválasztására. *Statisztikai Szemle*. 95. évf. 8–9. sz. 842–869. o.
- Berthoud, R. (1976): *The Disadvantages of Inequality: A Study of Social Deprivation*. A PEP Report. MacDonald and Janes. London.
- Bilicz H. L. (2020): Az AROPE mutató információtartalma az uniós egyenlőtlenségek tükrében. In: *Temesi József (szerk.): XVI. Gazdaságmodellezési Szakértői Konferencia Előadások*. Gazdaságmodellezési Társaság. Pécs. 27–34. o.
- Bilicz H. L. (2022): A jövedelmi depriváció és a depresszió összefüggéseinek térökonometriai vizsgálata Skóciában, térbeli hiba-autokorrelációs és kombinált modellel. *Territoriális Statisztika*. 62. évf. 1. sz. 59–80. o. <https://doi.org/10.15196/TS620103>
- Booyesen, F. (2002): An overview and evaluation of composite indices of development. *Social Indicators Research*. Vol. 59. No. 2. pp. 115–151.  
<https://doi.org/10.1023/A:1016275505152>
- Brown, M. – Madge, N. (1982): *Despite the Welfare State*. Heinemann Educational Books. London.
- Cappellari, L. – Jenkins, S. P. (2006): *Summarizing multiple deprivation indicators*. ISER Working Paper Series. No. 2006-40.

- De Muro, P. – Mazziotta, M. – Pareto, A. (2011): Composite indices of development and poverty: An application to MDGs. *Social Indicators Research*. Vol. 104. No. 1. pp. 1–18. <https://doi.org/10.1007/s11205-010-9727-z>
- Decancq, K. – Lugo, M. A. (2013): Weights in multidimensional indices of wellbeing: An overview. *Econometric Reviews*. Vol. 32. No. 1. pp. 7–34. <https://doi.org/10.1080/07474938.2012.690641>
- Duque, I. – Domínguez-Berjón, M. F. – Cebrecos, A. – Prieto-Salceda, M. D. – Esnaola, S. – Calvo Sánchez, M. – Marí-Dell'Olmo, M. (2021): Índice de privación en España por sección censal en 2011. *Gaceta Sanitaria*. Vol. 35. No. 2. pp. 113–122. <https://doi.org/10.1016/j.gaceta.2019.10.008>
- Éltető Ö. – Havasi É. (2009): A hazai jövedelemegyenlőtlenség főbb jellemzői az elmúlt fél évszázad jövedelmi felvételei alapján. *Statisztikai Szemle*. 87. évf. 1. sz. 5–40. o.
- Freudenberg, M. (2003): *Composite indicators of country performance: A critical assessment*. OECD Science, Technology and Industry Working Papers. OECD Publishing, Paris.
- Galambosné Tiszberger M. (2018): The weight of weighting – an empirical study based on the OECD better life index. *The Business & Management Review*. Vol. 9. No. 3. pp. 443–450.
- Galambosné Tiszberger M. (2019): *A gazdaság és a társadalom statisztikája*. Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kara, Pécs.
- Greco, S. – Ishizaka, A. – Tasiou, M. – Torrisi, G. (2019): On the Methodological Framework of Composite Indices: A Review of the Issues of Weighting, Aggregation, and Robustness. *Social Indicators Research*. Vol. 141. No. 1. pp. 61–94. <https://doi.org/10.1007/s11205-017-1832-9>
- Greyling, T. – Tregenna, F. (2016): Construction and analysis of a composite quality of life index for a region of South Africa. *Social Indicators Research*. Vol. 131. No. 3. pp. 887–930. <https://doi.org/10.1007/s11205-016-1294-5>
- Hajdu O. (2012): Többváltozós-többdimenziós egyenlőtlenség és a szegénység. *Statisztikai Szemle*. 90. évf. 9. sz. 789–814. o.
- Hellwig, Z. (1969): On the problem of weighting in international comparisons. In: Z. Gostkowsk (ed.): *Toward a system of human resources' indicators for less developed countries. A selection of papers prepared for a UNESCO research project*. Wroclaw Ossolineum: The Polish Academy of Sciences Press. Wroclaw.
- Komlósi, É. – Szerb, L. – Ács, Z. J. – Ortega-Argilés, R. (2015): Quality-related regional differences in entrepreneurship based on the GEDI methodology: The case of Hungary. *Acta Oeconomica*. Vol. 65. No. 3. pp. 455–477. <https://doi.org/10.1556/032.65.2015.3.6>
- Koós B. (2015): A deprivációs folyamatok területi képe Magyarországon. In: *Czirfusz Márton, Hoyk Edit, Suvák Andrea* (szerk.): *Klímaváltozás – társadalom – gazdaság Hosszú távú területi folyamatok és trendek Magyarországon*. Publikon Kiadó. Pécs. 179–192. o.
- Kovacevic, M. (2011): *Review of HDI Critiques and Potential Improvements*. Human Development Reports Research Paper. No. 2010/33.

- Lubbadeh, T. (2019): Entrepreneurship development in Japan: An empirical analysis. *International Entrepreneurship Review*. Vol. 5. No. 3. pp. 19–33. <https://doi.org/10.15678/IER.2019.0503.02>
- Mazziotta, M. – Pareto, A. (2013): Methods for constructing composite indices: One for all or all for one. *Rivista Italiana di Economia Demografia e Statistica*. Vol. 67. No. 2. pp. 67–80.
- Mishra S. – Nathan, H. S. K. (2013): *Measuring Human Development Index: The old, the new and the elegant*. IGIDR Working Paper No. WP-2013-020. Indira Gandhi Institute of Development Research.
- Moulin, H. (1988): *Axioms of co-operative decision making. Econometric society monographs*. Cambridge University Press. Cambridge. <https://doi.org/10.1017/CCOL0521360552>
- Munda, G. – Nardo, M. (2003): *On the methodological foundations of composite indicators used for ranking countries*. Joint Research Centre of the European Communities. Ispra.
- Munda, G. – Nardo, M. (2009): Noncompensatory/nonlinear composite indicators for ranking countries: a defensible setting. *Applied Economics*. Vol. 41. No. 12. pp. 1513–1523. <https://doi.org/10.1080/00036840601019364>
- Murillo, J. – Román, J. – Suriñach, J. (2015): The Business Excellence Attraction Composite Index (BEACI) in small areas. Design and application to the municipalities of the Barcelona province. *Applied Economics*. Vol. 47. No. 2. pp. 161–179. <https://doi.org/10.1080/00036846.2014.967381>
- OECD (2008): *Handbook on constructing composite indicators*. Joint Research Centre. European Union.
- Ogwan, T. – Abdou, A. (2003): The choice of principal variables for computing some measures of human well-being. *Social Indicators Research*. Vol. 64. No. 1. pp. 139–152. <https://doi.org/10.1023/A:1024788123572>
- Pichon, E. – Widuto, A. – Dobрева, A. – Jensen, L. (2020): *Ten composite indices for policy-making*. European Parliamentary Research Service. Luxembourg.
- Podinovskii, V. V. (1994): Criteria importance theory. *Mathematical Social Sciences*. Vol. 27. No. 3. pp. 237–252. [https://doi.org/10.1016/0165-4896\(93\)00737-F](https://doi.org/10.1016/0165-4896(93)00737-F)
- Pornet, C. – Delpierre, C. – Dejardin, O. – Grosclaude, P. – Launay, L. – Guittet, L. – Lang, T. – Launoy, G. (2012): Construction of an adaptable European transnational ecological deprivation index: the French version. *Journal of Epidemiol Community Health*. Vol. 66. No. 11. pp. 982–989. <https://doi.org/10.1136/jech-2011-200311>
- Rabiei-Dastjerdi, H. – Matthews, S. A. (2021): Who gets what, where, and how much? Composite index of spatial inequality for small areas in Tehran. *Regional Science Policy & Practice*. Vol. 13. No. 1. pp. 191–205. <https://doi.org/10.1111/rsp3.12393>
- Rappai G. – Szerb L. (2011): *Összetett indexek készítése új módon: a szűk keresztmetszekért történő büntetés módszere*. Műhelytanulmány, Közgazdasági és Regionális Tudományok Intézete, Pécsi Tudományegyetem, Közgazdaságtudományi Kar, Pécs.
- Ray, A. (1989): On the measurement of certain aspects of social development. *Social Indicators Research*. Vol. 21. No. 1. pp. 35–92. <https://doi.org/10.1007/BF00302403>

- Ray, A. K. (2008): Measurement of social development: An international comparison. *Social Indicators Research*. Vol. 86. No. 1. pp. 1–46.  
<https://doi.org/10.1007/s11205-007-9097-3>
- Saisana, M. – Tarantola, S. (2002): *State-of-the-art report on current methodologies and practices for composite indicator development*. European Commission, Joint Research Centre, Institute for the Protection and the Security of the Citizen, Technological and Economic Risk Management Unit. Ispra.
- Saisana, M. – Saltelli, A. – Tarantola, S. (2005): Uncertainty and sensitivity analysis techniques as tools for the quality assessment of composite indicators. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A: Statistics in Society*. Vol. 168. No. 2. pp. 307–323.  
<https://doi.org/10.1111/j.1467-985X.2005.00350.x>
- Skót kormány (2016): *SIMD16 Technical Notes*.  
<https://webarchive.nrscotland.gov.uk/3000/https://www.gov.scot/resource/0050/00504822.pdf>
- Skót kormány (2023): *Scottish Index of Multiple Deprivation 2020*.  
<https://www.gov.scot/collections/scottish-index-of-multiple-deprivation-2020/>
- Szerb L. – Lukovszki L. – Varga A. (2019): A vállalkozói ökoszisztéma Magyarország városrégióiban. *Statisztikai Szemle*. 97. évf. 8. sz. 749–778. o.  
<https://doi.org/10.20311/stat2019.8.hu0749>
- Thomson, J. (2016): *Rural deprivation. Evidence Summary*. Communities Analysis Division, Scottish Government.
- Townsend, P. (1979): *Poverty in the United Kingdom*. Allen Lane and Penguin Books. Harmondsworth, Middlesex. <https://doi.org/10.1525/9780520325760>
- Townsend, P. (1987): Deprivation. *Journal of Social Policy*. Vol. 16. No. 2. pp 125–146.  
<https://doi.org/10.1017/S0047279400020341>
- Townsend, P. (2013): *International Analysis of Poverty*. Routledge. New York.  
<https://doi.org/10.4324/9781315835099>
- Tucker, J. W. – Zarowin, P. A. (2006): Does income smoothing improve earnings informativeness? *The accounting review*. Vol. 81. No. 1. pp. 251–270.  
<https://doi.org/10.2308/accr.2006.81.1.251>
- Valkó G. – Kovács I. – Farkasné Fekete M. (2018): A fenntartható mezőgazdaság kompozit indikátorai. *Statisztikai Szemle*. 96. évf. 8–9. sz. 862–891. o.  
<https://doi.org/10.20311/stat2018.08-09.hu0862>
- Van Puyenbroeck, T. – Rogge, N. (2017): Geometric mean quantity index numbers with benefit-of-the-doubt weights. *European Journal of Operational Research*. Vol. 256. No. 3. pp. 1004–1014. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.07.038>
- Vita L. (1985): Schwartz, J. E.: A köbgyök transzformáció haszna a jövedelem esetében. *Statisztikai Szemle*. 63. évf. 12. sz. 1261–1262. o.
- Wisenthige, K. – Guoping, C. (2016): Firm level competitiveness of small and medium enterprises (SMEs): analytical framework based on pillars of competitiveness model. *International Research Journal of Management, IT and social sciences*. Vol. 3. No. 9. pp. 61–67. <https://doi.org/10.21744/irjmis.v3i9.172>