



Közzététel: 2025. május 27.

A tanulmány címe:

Mételyezéseszték a pénzügyi ökonometriában

Szerző:

RAPPAI GÁBOR

az MTA doktora, a Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Karának egyetemi tanára

E-mail: rappai.gabor@ktk.pte.hu

DOI: <https://doi.org/10.20311/stat2025.05.hu0421>

Az alábbi feltételek érvényesek minden, a Központi Statisztikai Hivatal (a továbbiakban: KSH) Statisztikai Szemle c. folyóiratában (a továbbiakban: Folyóirat) megjelenő tanulmányra. Felhasználó a tanulmány vagy annak részei felhasználásával egyidejűleg tudomásul veszi a jelen dokumentumban foglalt felhasználási feltételeket, és azokat magára nézve kötelezőnek fogadja el. Tudomásul veszi, hogy a jelen feltételek megszegéséből eredő valamennyi kárért felelősséggel tartozik.

1. A jogszabályi tartalom kivételével a tanulmányok a szerzői jogról szóló 1999. évi LXXVI. törvény (Szt.) szerint szerzői műnek minősülnek. A szerzői jog jogosultja a KSH.
2. A KSH földrajzi és időbeli korlátozás nélküli, nem kizárólagos, nem átdadható, térítésmentes felhasználási jogot biztosít a Felhasználó részére a tanulmány vonatkozásában.
3. A felhasználási jog keretében a Felhasználó jogosult a tanulmány:
 - a) oktatási és kutatási célú felhasználására (nyilvánosságra hozatalára és továbbítására a 4. pontban foglalt kivétellel) a Folyóirat és a szerző(k) feltüntetésével;
 - b) tartalmáról összefoglaló készítésére az írott és az elektronikus médiában a Folyóirat és a szerző(k) feltüntetésével;
 - c) részletének idézésére – az átvevő mű jellege és célja által indokolt terjedelemben és az eredetihez híven – a forrás, valamint az ott megjelölt szerző(k) megnevezésével.
4. A Felhasználó nem jogosult a tanulmány továbbértékesítésére, haszonszerzési célú felhasználására. Ez a korlátozás nem érinti a tanulmány felhasználásával előállított, de az Szt. szerint önálló szerzői műnek minősülő mű ilyen célú felhasználását.
5. A tanulmány átdolgozása, újra publikálása tilos.
6. A 3. a)–c) pontban foglaltak alapján a

Folyóiratot és a szerző(ke)t az alábbiak szerint kell feltüntetni:

„*Forrás: Statisztikai Szemle c. folyóirat 103. évfolyam 5. számában megjelent, Rappai Gábor által írt, Méte-lyezéseszték a pénzügyi ökonometriában* című tanulmány (link csatolása)”

7. A Folyóiratban megjelenő tanulmányok kutatói véleményeket tükröznek, amelyek nem feltétlenül es-
nek egybe a KSH vagy a szerzők által képviselt intézmények hivatalos álláspontjával.

Rappai Gábor

Mételyezésteszték a pénzügyi ökonometriában

Tests of contagion in financial econometrics

Rappai Gábor, az MTA doktora, a Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Karának egyetemi tanára
E-mail: rappai.gabor@ktk.pte.hu

A tanulmány célja a pénzügyi ökonometriában mintegy két évtizede használt, magasabb rendű vegyes momentumokon alapuló mételyezésteszték bemutatása és illusztrálása. A befektetési piacokon tapasztalt fellendülés, illetve visszaesés esetén gyakran merül fel a kérdés, hogy melyik instrumentumból indul ki a változás, melyik befektetés mételyezi meg a többi. A témával foglalkozó irodalomban kialakult az a vélekedés, hogy a pusztán korrelációs kapcsolaton alapuló FR-próba nem elég érzékeny, sokkal ritkábban talál szignifikáns mételyezést, mint a ferdeségi, illetve a csúcsossági mutatókra alapozott tesztek. A dolgozat bemutatja a vegyesmomentum-teszt motivációját, illetve végrehajtásának módját. Illusztratív példaként azt vizsgálom, hogy a gáz világpiaci árának változása miként mételyezi a magyar államkötvények kockázati felárát. Megállapítható, hogy a mételyezésen alapuló ökonometria teszttek bizonyos esetekben érzékenyebbek, mint a hagyományos Granger-okság Wald-típusú F-próbával történő tesztelése.

Kulcsszavak: okságvizsgálat, vegyes momentumokon alapuló mételyezésteszték, országgockázat

This paper aims and illustrates the higher-order comoment tests of contagion that have been used in financial econometrics for about two decades. When financial markets experience booms and busts, the question often arises as to which instrument is the source of the change and which investment contaminates the others. In the literature has been argued that the FR test based on correlation alone is not sensitive enough, finding significant contagion much less often than tests based on skewness or kurtosis. The paper presents the motivation and the implementation of the higher-order comoment (CS, CK and CV) tests. As an illustrative example, we look at how the risk premium on Hungarian government bonds is affected by changes in the world gas price. It is found that econometric tests based on contagion are in some cases more sensitive than the traditional Granger test of causality using the Wald-type F-test.

Keywords: causality analysis, higher-order comoment tests, country risk

Az időben változó jelenségek közötti ok-okozati összefüggések feltárása valószínűsíthetően a tudományos kutatások során leggyakrabban előkerülő probléma. Már önmagában a kauzalitási reláció definiálása sem egyértelmű, ráadásul a két vagy annál több változó közötti okság empirikus igazolása (modellezése) számos további megfontolást is igényel.¹ Az ökonometriában először használt okságdefiníció *Granger (1969)* nevéhez fűződik, ennek értelmében az x változót az y okának tekintjük, ha segítségével y -ra jobb becslést tudunk adni, mint nélküle. Az így definiált kauzális összefüggés tesztelése viszonylag könnyen megoldható az egymásba ágyazott modelleken alapuló Wald-típusú F-próbával, amely szinte minden alapozó ökonometria-tankönyv része. Anélkül, hogy a részletekbe mélyebben belemennék, elmondható, hogy ennek az általánosan elterjedt próbának a használata több problémát is felvet (az exogén és az endogén változó előzetes elkülönítésének nehézsége, a próbafüggvény meghatározása során alkalmazott késleltetési rend megválasztása stb.), ráadásul – a definícióból adódóan – csupán az okozatnak tekintett változó várható értékének előrejelzésén alapul, így figyelmen kívül hagyja a változó eloszlásának többi jellemzőjét.

Ennek az írásnak a célja egy olyan, Magyarországon talán kevésbé ismert, a nemzetközi szakirodalomban mintegy két évtizede használatos próbacsalád bemutatása, amely az oksági kapcsolatot a megszokottól eltérő módon, tovaterjedésként definiálja, és a Granger-okságnál megszokott elsőrendű momentumon túl, magasabb rendű momentumokkal is jellemzett empirikus eloszlásokat vizsgál. A bemutatandó tesztek elsősorban a pénzügyi idősorok (árfolyamok, hozamok) modellezése során használatosak, segítségükkel a válságok vagy – éppen ellenkezőleg – a kilábalások tovaterjedését lehet komplex módon elemezni. Fontos hangsúlyozni, hogy a nagy adatigény (hosszú idősorok) miatt a bemutatandó próbák elsődleges felhasználási területe a napi bontású hozamidősorok (pl. árfolyamváltozásból eredő hozamok, kamatok, kockázati felárak) közötti összefüggések elemzése, mivel a pénzügyi ökonometria homlokterében levő, nagyfrekvenciájú idősorok esetén az elvárt mintanagyság összegyűjtése nem okoz problémát.

A tanulmány szándékoltan szikár, felépítése egyszerű: a következő részben röviden, inkább csak az elemzendő témák sokszínűségére koncentrálna ismertetem a szakirodalmi előzményeket, ezt követően bemutatom a tesztek képzésének és végrehajtásának elveit, a harmadik részben a világpiaci gázár és a Magyarországra

¹ A témával viszonylag kimerítően foglalkozik *Rappai (2011)*.

vonatkozó országhoz tartozó felár példáján illusztrálom a próbák működését, és végül – főként a módszertani érdekességekre koncentrálva – összefoglalom az eredményeket.

1. Irodalmi előzményekről címszavakban

Az angol nyelvű egészségügyi szakirodalomban a járványok terjedésének vizsgálata során legalább egy évszázada használták már a *contagion* elnevezést, amikor az 1997-es ázsiai pénzügyi válságot követően a gazdaságtudományban is megjelent ugyanez a kifejezés. A szó magyarul fertőzést, ragályt, mételyezést jelent, ebben a tanulmányban az utóbbit használom. *Mételyezés*nek nevezem, amikor egy ár- vagy hozamidősortban bekövetkező változás áttérjed egy másik, az elsővel kapcsolatban álló idősorra, vagyis megfertőzi, mételyezi azt.² A jelenség nem volt ismeretlen korábban sem a közgazdászok számára, de az ezredfordulót megelőzően inkább *spillover* hatásnak vagy transzmissziós sokknak nevezték azt.³ (Egy 1990-es tanulmányban a szerzők még a korrelációban beálló szignifikáns növekedésként írják le a jelenséget, de a gondolatmenet tulajdonképpen már megfelel az itt bemutatandónak {*King–Wadhwani, 1990*}.) A mételyezés (*contagion*) kifejezés az ezredfordulón kezdett elterjedni, lásd *Allen és Gale (2000)*, *Dornbusch és szerzőtársai (2000)*, illetve *Kaminsky és Reinhart (2000)* cikkeit. A fogalom térhódítását kitűnően foglalja össze *Seth és Panda (2018)*. Szintén ebben az irodalmat szemlélő cikkben mutatják be a szerzők, hogy az elmúlt 20–25 évben milyen változatos módszertannal kísérelték meg elemezni a jelenséget. A tanulmány írói 151 empirikus vizsgálatot tekintenek át, amelyekben leggyakrabban a GARCH-modellcsaládot, Granger-okszágot, illetve VAR-modelleket használták a kutatók.

Az ebben a tanulmányban bemutatandó magasabb rendű vegyes momentumokon alapuló teszteket elsőként *Fry és szerzőtársai (2010)* cikke tárgyalja kimerítő alapossággal.⁴ Az itt bemutatott próbák alapgondolata, hogy a pénzügyi idősorok közötti kapcsolat nemcsak a hozamok közötti korrelációban (illetve az erre épülő

² A magyar terminológián sokat gondolkodtam. Sajnálatos módon a magyarban a métely(ezés) vagy a fertőzés szó egyértelműen negatív tartalommal bír, vagyis valami „rossznak” a terjedését jelenti. Az itt bemutatandó próbák ugyanakkor képesek a válság (árfolyamcsökkenés) tovaterjedése mellett a fellendülés (árfolyam-növekedés) térhódítását is tesztelni, vagyis ebben az értelemben semlegesek.

³ Az itt szinonimaként említett kifejezések nem fedik egymást teljesen, a témáról lásd *Flavin (2020)* cikkét.

⁴ A tanulmánynak van egy korábbi, munkaközi változata is, amely nem különbözik jelentősen a végül tudományos folyóiratban is megjelent írástól.

regressziós modellek paramétereiben) érhető tetten, hanem a magasabb rendű momentumokra alapuló statisztikai jellemzők (ferdeség, csúcsosság) alakulásában is. A dolgozat nemcsak a próbafüggvények formáját, eloszlását, a tesztek tulajdonságait mutatja be, hanem érdekes empirikus vizsgálatot is tartalmaz, részben a hongkongi válság, részben az amerikai subprime-válság időszakára vonatkozóan. A témám szempontjából legfontosabb megállapítása, hogy a magasabb rendű vegyes momentumokra alapozó tesztek lényegesen érzékenyebbek, mint a pusztán csak korreláción alapuló próbák, így a mételyt olyankor is képesek kimutatni, amikor a hagyományos tesztek nem. Az eredeti tanulmányban bemutatott eljárásokat (elsősorban a számítási metódus, illetve a próbafüggvények határeloszlása tekintetében) *Fry-McKibbin és Hsiao (2015)*, valamint *Fry-McKibbin és szerzőtársai (2019)* finomították, de az alapgondolat nem változott. A módszertannal foglalkozó legújabb – általam ismert – tanulmány, *Aboagye és szerzőtársai (2024)* cikke már kísérletet tesz a GARCH-modellecsalád (heteroszkedasztikus reziduális változó) és a magasabb rendű vegyes momentumok együttes alkalmazására is.

A tesztek első leírását követően az eljárást használó tanulmányok száma meglehetősen gyorsan növekedni kezdett.⁵ A vizsgált témák szerteágazóak, de az alapkérdés szinte mindig ugyanaz: egy adott kitüntetett eseményt követően kimutatható-e mételyezés a pénzügyi piacon, vagyis áterjed-e a krízis az egyik instrumentumról egy másikra? *Kilic (2017)*, *Wen és Cheng (2018)* vagy *Naresch és szerzőtársai (2018)* a legkézenfekvőbb összefüggést vizsgálta: az USA-dollár árfolyamának alakulása hatással van-e a feltörekvő piacok részvényárfolyamaira. *Apergis és szerzőtársai (2019)* a CDS-felárak alapján elemezte, hogy a globális pénzügyi válság idején mételyezték-e az amerikai események az európai pénzügyi piacokat. Ebben a cikkben a szerzők a 2008-as válság időszakában vizsgálták a bankszektor, a biztosítási szektor és az állampapírok CDS-felárait, valamint a részvény- és a kötvényhozam-idősorokat. A magasabb rendű momentumtesztek alapján szignifikáns mételyezést találtak a banki és a biztosítási ágazatban (a többi vizsgált piacon az áterjedés nem volt kimutatható), a métely – nyilvánvalóan nem meglepő módon – az USA-ból irányult Európa felé. Gazdaságtörténeti érdekességgént is felfogható *Hasan és szerzőtársai (2022)* tanulmánya. Ebben az 1720-ban bekövetkezett *déltengeri buborék (South Sea Bubble)* körülményeit vizsgálják hat részvény korabeli adatai alapján. Anélkül, hogy a részletekbe belemennék, roppant érdekes eredmény, hogy a *Déltengeri Társaságnál (South Sea Company)* elsőként megje-

⁵ Nyilván segítette mindezt, hogy viszonylag gyorsan megjelent a próbák alkalmazását rutinfeladattá tevő R-package is (lásd https://search.r-project.org/CRAN/refmans/lg/html/cont_test.html).

lenő drasztikus (a januári 128 fontról az augusztusi 820 fontra történő) részvény-árfolyam-növekedés elsőként a Bank of England árfolyamát mételyezte,⁶ majd onnan terjedt tovább a Kelet-Indiai Társaságra, a Mississippi Társaságra és más cégek árfolyamaira. Módszertani szempontból ugyanazzal a konklúzióval találkozunk, mint korábban: a korrelációkon alapuló teszt ritkábban mutat ki mételyt, mint a magasabb rendű vegyes momentumokra alapozó próbák. A „lavinát” elindító szerző és szerzőtársai (*Fry-McKibbin és szerzőtársai, 2022*) egy, a Covid19-pandémiával foglalkozó különszámban megjelent tanulmányukban azt bizonyítják, hogy a világjárvány bejelentését követően, 2020 elején az USA-tól a G20-as részvénypiacokig terjedő, több csatornán keresztül történő mételyezés játszódott le. Eredményeik arra utalnak, hogy a globális részvénypiacok ki lehetnek téve a világjárvány be nem árazott kockázati tényezőinek, ami kihatással lehet a portfóliódiverzifikációra, a kockázatkezelésre és a pénzügyi stabilitásra egyaránt.

Az említett tanulmányok (és még több tucat ezekkel azonos módszertant alkalmazó dolgozat) napi árfolyamokkal és abból a szokásos módon, folyamatos tőkésítést feltételező (statisztikai értelemben log-differencia) hozamokkal operál, így a következő rész módszerismertetésében is ezt a terminológiát használom.

2. Mételyezés kimutatása vegyesmomentum-tesztekkel

Jelölje a két vizsgált stacionárius idősort x_t és y_t , ahol $t = 1, 2, \dots, T_1, T_1 + 1, T_1 + 2, \dots, T_2$. A továbbiakban a $t = 1, 2, \dots, T_1$ időszakra *első időszak*ként, a $t = T_1 + 1, T_1 + 2, \dots, T_2$ időszakra *második időszak*ként hivatkozom. Könnyen belátható, hogy az első időszak T_1 , a második időszak $T_2 - T_1$ megfigyelést tartalmaz. Jelölje $\bar{x}_{(1)}, \sigma_{x(1)}, \bar{y}_{(1)}, \sigma_{y(1)}$ a két változó első időszakra vonatkozó átlagát, illetve szórását, valamint jelölje $\bar{x}_{(2)}, \sigma_{x(2)}, \bar{y}_{(2)}, \sigma_{y(2)}$ ugyanezen mutatószámokat a második időszakra vonatkozóan. A két változó közötti tapasztalati lineáris korrelációs együttható az első időszakban $r_{(1)}$, a második időszakban $r_{(2)}$.

Közismert,⁷ hogy egy Y_i ($i = 1, 2, \dots, n$) változó r -ed rendű momentuma

$$M_r = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i^r}{n} \quad (1)$$

⁶ Ismét fontosnak tartom hangsúlyozni, hogy a mételyezés ebben a szóhasználatban semleges tartalommal bír.

⁷ Lásd pl. *Hunyadi-Vita (2019)* vagy *Kehl (2023)*.

az r -ed rendű centrális momentuma pedig

$$M_r(\bar{Y}) = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^r}{n} \quad (2)$$

formájú. A változó számtani átlaga az elsőrendű momentum, variáciája a másodrendű centrális momentum. A változó jellemzése során gyakran használt alakparaméterek is felírhatók a momentumok segítségével. Így a ferdeség (*skewness*)

$$S = \frac{M_3(\bar{Y})}{[M_2(\bar{Y})]^{3/2}} \quad (3)$$

formájú, míg a csúcsosság (*kurtosis*) a

$$K = \frac{M_4(\bar{Y})}{[M_2(\bar{Y})]^2} - 3 \quad (4)$$

képlettel írható le.

Kétváltozós (Y_i, X_i) esetben ún. vegyes momentumok is felírhatók, így pl. a kovariancia, amely a másodrendű⁸ vegyes centrális momentum:

$$M_2(\bar{Y}, \bar{X}) = Cov_{YX} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})}{n} \quad (5)$$

A lineáris korrelációs együtttható szintén felírható a korábban már bevezetett momentumokkal:

$$r_{xy} = \frac{M_2(\bar{Y}, \bar{X})}{M_2(\bar{Y})^{1/2} M_2(\bar{X})^{1/2}} \quad (6)$$

A momentumokra vonatkozó rövid áttekintést csak azért tartottam fontosnak, mert a későbbiek megértését (a tesztek motivációját) segíti. Alapértelmezésben azt fogom vizsgálni, hogy x (donor) megfertőzi-e y -t (recipienst), ami valamennyi, a következőkben bemutatandó teszt logikája szerint azt jelenti, hogy a vizsgált idősorok legfontosabb statisztikai jellemzői (momentumai) egy bizonyos mintázat szerint változnak meg az első időszakról a másodikra.

⁸ Másodrendű, mivel a két szorzótényező hatványkitevőinek összege $1 + 1$, azaz 2.

2.1. Korrelációkon alapuló mételyteszt

A jelenségek közötti mételyezés legegyszerűbb tesztjei a lineáris korrelációs együtthatón,⁹ illetve annak változásán alapulnak. A próbák alapgondolata, hogy a korrelációs együttható első időszakról másodikra történő változását dekomponálják, és megvizsgálják, hogy a kapcsolat szorosságának változásából mekkora rész tudható be annak, hogy a donor varianciája megváltozik az elsőről a második időszakra.

Definiáljuk a második időszakra vonatkozó feltételes korrelációt az alábbi módon:

$$\rho_{(2)} = \frac{r_{(2)}}{\sqrt{1 + \delta(1 - r_{(2)}^2)}} \quad (7)$$

ahol $\delta = (\sigma_{x(2)}^2 - \sigma_{x(1)}^2) / \sigma_{x(1)}^2$. A δ hányados úgy értelmezhető, hogy ilyen arányban változik (a feltételezés szerint növekszik) a donor varianciája¹⁰ az első időszakról a másodikra.

Forbes és Rigobon (2002) definiálja az alábbi tesztet, amely a feltételes és a feltétel nélküli korrelációk különbségére alapoz:

$$FR(x \rightarrow y) = \left(\frac{\rho_{(2)} - r_{(1)}}{\sqrt{\text{var}(\rho_{(2)} - r_{(1)})}} \right)^2 \quad (8)$$

ahol a nevezőben szereplő variancia¹¹ az alábbi (meglehetősen bonyolult, de teljesen logikus!) formájú:

$$\begin{aligned} \text{Var}(\rho_{(2)} - r_{(1)}) &= \text{Var}(\rho_{(2)}) + \text{Var}(r_{(1)}) - 2\text{Cov}(\rho_{(2)}, r_{(1)}) = \\ &= \frac{1}{2} \frac{(1 + \delta)^2}{[1 + \delta(1 - r_{(2)}^2)]^3} \left(\frac{(2 - r_{(2)}^2)(1 - r_{(2)}^2)^2}{T_2 - T_1} + \frac{r_{(2)}^2(1 - r_{(2)}^2)^2}{T_1} \right) + \frac{1}{T_1} (1 - r_{(1)}^2)^2 - \frac{1}{T_1} \frac{r_{(1)}r_{(2)}(1 - r_{(1)}^2)(1 - r_{(2)}^2)(1 + \delta)}{\sqrt{[1 + \delta(1 - r_{(2)}^2)]^3}} \end{aligned}$$

A próba során felírt hipotézisrendszer:

$$H_0 : \rho_{(2)} = r_{(1)}$$

$$H_1 : \rho_{(2)} > r_{(1)}$$

⁹ Mivel stacionárius idősorok közötti kapcsolatokról beszélünk, ezért nem kell tartanunk a hamis korreláció jelenségétől.

¹⁰ Ha a vizsgált változók hozamok (általában így van), akkor ez nem más, mint a volatilitás, amely felfogható kockázatosságnak is.

¹¹ A bizonyítást lásd *Fry és szerzőtársai (2010)*.

A nullhipotézis teljesülése esetén a próbafüggvény 1 szabadságfokú χ^2 -eloszlást követ. A nullhipotézis – könnyen beláthatóan – úgy interpretálható, hogy x nem mételeyezi y -t, mivel ebben az esetben a második időszakra vonatkozó feltételes korreláció megegyezik az első időszakra vonatkozó korrelációval.

Az eredeti cikkekre hivatkozva *Apergis és szerzőtársai (2019)* mutatnak egy sokkal egyszerűbb(en számolható) próbát ugyanerre a hipotézisrendszerre:

$$FR(x \rightarrow y) = \frac{\ln\left(\frac{1 + \rho_{(2)}}{1 - \rho_{(2)}}\right) - \ln\left(\frac{1 + r_{(1)}}{1 - r_{(1)}}\right)}{2\sqrt{\frac{1}{T_2 - T_1 - 3} + \frac{1}{T_1 - 3}}} \quad (8a)$$

ahol a próbafüggvény a nullhipotézis teljesülése esetén $T_2 - 6$ szabadságfokú t -eloszlást követ, így akár kétoldali próba is végezhető. A nagy pozitív empirikus t -érték azt jelenti, hogy x volatilitásnövekedése növeli y volatilitását (fűti a válságot), a nagy abszolútértékű negatív empirikus t -érték azt jelenti, hogy x volatilitásnövekedése csökkenti y volatilitását (hűti a válságot).

A pusztán csak a korrelációs kapcsolat szorosságának változásán alapuló próbák az empirikus elemzésekben kevésbé bizonyultak szenzitívnek, ugyanis gyakran előfordul, hogy a mételeyezés nem a várható értékben, illetve varianciában, hanem a magasabb rendű momentumokon alapuló alakparaméterekben jelenik meg.¹²

2.2. Vegyes ferdeségi mutatókon (*coskewness*) alapuló mételeytesztek

Fry és szerzőtársai (2010) azt állítják, hogy a korreláción alapuló tesztek nem elégségesek, hanem – elsősorban a tőkepiacokon, ahol a vizsgált változók empirikus eloszlása ritkán szimmetrikus – szükség van (lehet) a magasabb rendű momentumok bevonására a tesztelésbe.

¹² A pénzügyi ökonometriában az alakparaméterek kiemelkedő jelentőséggel bírnak, ugyanis közismert, hogy a hozameloszlások általában leptokurtózist (vastagszélűséget) mutatnak, így – miközben a várható értékük és a varianciájuk nem tér el lényegesen a normálistól – a csússosságuk jelentősen meghaladja a normálist.

Képezzük a következő próbafüggvényeket:

$$CS_{12}(x \rightarrow y) = \left(\frac{\psi_{(2)}(x, y^2) - \psi_{(1)}(x, y^2)}{\sqrt{\frac{4\rho_{(2)}^2 + 2}{T_2 - T_1} + \frac{4r_{(1)}^2 + 2}{T_1}}} \right)^2$$

$$CS_{21}(x \rightarrow y) = \left(\frac{\psi_{(2)}(x^2, y) - \psi_{(1)}(x^2, y)}{\sqrt{\frac{4\rho_{(2)}^2 + 2}{T_2 - T_1} + \frac{4r_{(1)}^2 + 2}{T_1}}} \right)^2 \quad (9)$$

ahol

$$\psi_{(k)}(x^m, y^n) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \left(\frac{x_{it} - \bar{x}_{(k)}}{\sigma_{x(k)}} \right)^m \left(\frac{y_{it} - \bar{y}_{(k)}}{\sigma_{y(k)}} \right)^n,$$

ahol $m, n, (k) = 1 \vee 2$, és $[k|(k) = 1] = T_1, [k|(k) = 2] = T_2 - T_1$.

A jelölések meglehetősen komplikáltnak tűnnek, ám a képletek felépítése könnyen követhető. $\psi_{(k)}(x^m, y^n)$ a két eredeti változó együtteséből „kikevert” ferdeségi mutatószám (*coskewness*) az első $[(k) = 1]$, illetve a második $[(k) = 2]$ periódusban.¹³ Láthatjuk, hogy egyszer az okozat szerepét betöltő változó, egyszer az ok szerepét betöltő változó szerepel a második hatványon, miközben a másik változó elsőrendű. (Természetesen – harmadrendű momentumról lévén szó – a két hatványkitevő összege mindig 3.) Könnyen átlátható, hogy a CS_{12}, CS_{21} képletekkel a ferdeség változását (tipikusan növekedését, más szóval felfújódását) mérjük, már korrigálva a korreláció felfújódásának hatásával.

Legyen hipotézisrendszerünk az alábbi:

$$H_0 : \psi_{(2)}(x^m, y^n) = \psi_{(1)}(x^m, y^n)$$

$$H_1 : \psi_{(2)}(x^m, y^n) \neq \psi_{(1)}(x^m, y^n)$$

¹³ Így pl. $\psi(x^2, y) = \frac{M_3(\bar{X}^2, \bar{Y})}{M_2(\bar{X})M_2(\bar{Y})^{1/2}}$, természetesen a megfelelő idősorhosszúsággal (megfigyelésszámmal) számolva.

ahol $m, n = 1 \vee 2$, tehát tulajdonképpen nem egy, hanem két hipotézisrendszert írtunk fel. A nullhipotézis jelenti, hogy nem történt mételyezés. A nullhipotézis teljesülése esetén a próbafüggvény(ek), tehát $CS_{12}(x \rightarrow y)$, illetve $CS_{21}(x \rightarrow y)$ eloszlása az 1 szabadságfokú χ^2 -eloszláshoz tart.

Látni fogjuk, a gyakorlatban az is előfordulhat, hogy a két különböző próbafüggvény (nagyon leegyszerűsítve az ok négyzetén és okozat első hatványon, illetve fordítva, tehát az ok lineáris és az okozat kvadratikus) akár eltérő döntést is megalapozhat. Ha belegondolunk, ez nem teljesen szokatlan, hiszen a különböző rendű momentumok egymás közötti kapcsolatát vizsgálja, így nem feltétlenül kell azonos kapcsolatot találnunk az ok szerepét játszó hozam várható értéke és az okozat volatilitása (kockázatosága) között, illetve fordítva, tehát az ok kockázatosága és az okozat várható hozama között.

2.3. Vegyes csúcsossági mutatókon (*cokurtosis*) alapuló mételytesztek

A vegyes ferdeségi mutatókon alapuló tesztekkel teljesen analóg módon képezi *Fry-McKibbin és Hsiao (2015)* a csúcsosság megváltozására alapozó *cokurtosis*-próbát. A próbafüggvény formája:

$$CK_{mn}(x \rightarrow y) = \left(\frac{\xi_{(2)}(x^m, y^n) - \xi_{(1)}(x^m, y^n)}{\sqrt{\frac{18\rho_{(2)}^2 + 6}{T_2 - T_1} + \frac{18r_{(1)}^2 + 6}{T_1}}} \right)^2 \quad (10)$$

ahol $m, n = 1 \vee 3$ (de $m + n$ minden esetben 4-gyel egyenlő!), és

$$\begin{aligned} \xi_{(2)}(x^m, y^n) &= \psi_{(2)}(x^m, y^n) - 3\rho_{(2)} \\ \xi_{(1)}(x^m, y^n) &= \psi_{(1)}(x^m, y^n) - 3r_{(1)} \end{aligned}$$

A próbafüggvény képzési elve azonos a vegyes ferdeségi mutatón alapuló teszt-nél megismerttel: a negyedrendű vegyes centrális momentumra alapozó csúcsossági mutatót egy elsőrendű és egy harmadrendű tényező szorzataként határozzuk meg.

A hipotézisrendszerek (itt is kettőt lehet felírni) a korábban bemutatottal azonosak:

$$H_0 : \xi_{(2)}(x''', y'') = \xi_{(1)}(x''', y'')$$

$$H_1 : \xi_{(2)}(x''', y'') \neq \xi_{(1)}(x''', y'')$$

A nullhipotézis szimbolizálja, hogy nincs mételyezés, vagyis nem változik a korreláció megváltozásának hatásától tisztított vegyes csúcossági mutató az első időszakról a másodikra. A nullhipotézis teljesülése esetén a próbafüggvények eloszlása ismét az 1 szabadságfokú χ^2 -eloszláshoz tart.

2.4. Vegyes volatilitáson (*covolatility*) alapuló mételyteszt

A *covolatility*-teszt (CV-teszt) tulajdonképpen az előzővel (*cokurtosis*-teszt) teljesen azonos logikájú próba, azzal a különbséggel, hogy a negyedrendű momentumhoz szükséges hatványkitevő-összeg nem 1 és 3 vagy 3 és 1 tagokból keletkezik, hanem 2 és 2. A teszt elkülönített tárgyalását inkább csak az indokolja, hogy a hozamidősorok esetén a varianciának (volatilitásnak) kitüntetett tartalma van, általában a kockázatosság proxyjának tekintjük, így önmagában is értelmezhető.

A próbafüggvény:

$$CV_{22}(x \rightarrow y) = \left(\frac{\xi_{(2)}(x^2, y^2) - \xi_{(1)}(x^2, y^2)}{\sqrt{\frac{4\rho_{(2)}^4 + 16\rho_{(2)}^2 + 4}{T_2 - T_1} + \frac{4r_{(1)}^4 + 16r_{(1)}^2 + 4}{T_1}}} \right)^2 \quad (11)$$

ahol

$$\xi_{(2)}(x^2, y^2) = \psi_{(2)}(x^2, y^2) - (1 + 2\rho_{(2)}^2)$$

$$\xi_{(1)}(x^2, y^2) = \psi_{(1)}(x^2, y^2) - (1 + 2r_{(1)}^2)$$

Láthatjuk, hogy próbafüggvény felírásának logikája teljesen azonos a korábbiakkal, mindössze a nevező módosul a keresztszorzatok miatt. A hipotézisrendszer felírása és értelmezése az előzővel azonos módon történik, a nullhipotézis¹⁴ teljesülése esetén a próbafüggvény szintén 1 szabadságfokú χ^2 -eloszlást követ.

¹⁴ A vegyes momentum szimmetrikus jellegéből adódóan itt csak egy hipotézisrendszer és egy próbafüggvény adódik.

Összefoglalva megállapíthatjuk, hogy azt a feltevést, miszerint x változó méte-lyezi y változót, 6 különböző próbával (FR , CS_{12} , CS_{21} , CK_{13} , CK_{31} , CV_{22}) tudjuk elemezni. A próbák mindegyikének azonos az alapgondolata: azt tesztelik, hogy az első periódusról a másodikra szignifikánsan megváltozik-e a vizsgált változók eloszlásának valamelyik kitüntetett jellemzője (momentuma).

3. Illusztratív példa: a gázár változásának hatása az országhoz tartozó felárakra

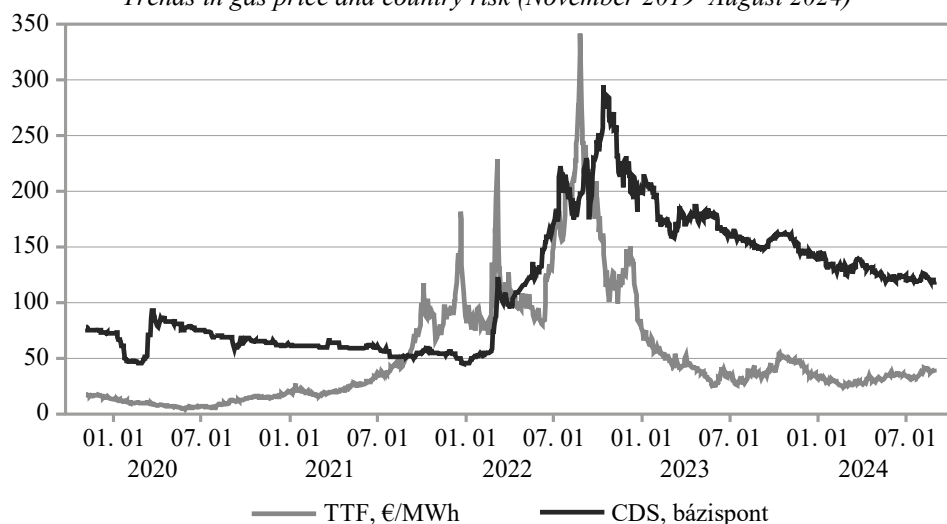
A vegyesmomentum-tesztek alkalmazását a világpiaci gázárak országhoz tartozó felárakra gyakorolt hatásának elemzésével illusztrálom. Hangsúlyozni kívánom, hogy semmilyen szempontból sem tartom magam energiapiaci szakembernek, és a hitelderivatívák tekintetében is csak az adatsorok felhasználója voltam az elmúlt időszakban, így a bemutatandó példa egyértelműen illusztratív. A vizsgált időszakban kitört és lecsengett a Covid19-járvány, az időszak közepén kitört az ukrán–orosz háború, amely azóta is tart, így egészen biztosan számos fundamentális okot lehet találni az elemzett jelenségek együtt mozgásának magyarázataként. Ezen okok feltárásának egy jó eszköze lehet a bemutatandó modelles család.

A „világpiaci gázár” szerepét ebben a tanulmányban a holland TTF határidős földgázár-folyam¹⁵ tölti be, az adatok napi záróár-folyamok, mértékegységük euró/megawattóra. Az országhoz tartozó proxyjaként a hazai 5 éves szuverén credit default swap (CDS) -felárat használok, amely a legelterjedtebb hitelderivatív termék.¹⁶ Feltételezésem az, hogy mivel Magyarország energiamixében az importált (világpiacon beszerzendő) földgáz nagy hányadot tesz ki, ezért a világpiaci gázárak emelkedése növeli az országhoz tartozó kockázatot (az államkötvények kamatába beépülő felárat), a gázárak csökkenése pedig ellentétes irányú folyamatot indukál. Vélekedésemet alátámasztja az 1. ábra.

¹⁵ Az adatok forrása a *Yahoo Finance*.

¹⁶ A CDS-felár információ tartalmáról lásd pl. *Varga (2008)*. A dolgozatban használt CDS-felár az *MNB (2024)* inflációs jelentéséhez csatolt adatsorokból származik.

1. ábra

A gázár és az országhockázat alakulása (2019. november–2024. augusztus)*Trends in gas price and country risk (November 2019–August 2024)*

Forrás: Yahoo Finance, illetve MNB.

Az 1. ábra meglehetősen beszédes. A világpiaci gázár a 2019 novemberében tapasztalt 16 €/MWh-ás színtről előbb (a 2020. május végi 3,5 €/MWh-ás árfolyamig) folyamatosan csökkent, amiben nyilvánvalóan szerepet játszottak a világjárvány miatti lezárások, illetve ezek keresletcsökkentő hatása. Ezt követően a 2022. augusztus végén tapasztalt közel 340 €/MWh-ás árfolyamig a gázár növekvő tendenciát mutatott, ám ez a növekvő trend nem volt egyenletes, többször (2021. október elején, majd 2021 végén, ezt követően az orosz–ukrán konfliktus kirobbanásakor) lokális maximumokat (a tőzsdén használatos technikai analízis szóhasználatával fej és vállak alakzatokat) találunk. A 2022. augusztus végi csúcstól kezdve a vizsgált időszak végéig a határidős gázár-folyam csökkent, ismét nem egyenletesen, hanem kisebb-nagyobb „tüskékkel”, míg végül visszatért a 40 €/MWh-ás szintre. Az 5 éves magyar szuverén CDS-felár a vizsgált periódus elejétől az ukrán válság kitöréséig enyhén csökkenő tendenciát mutatott, mindvégig 100 bázispont alatt maradt (egyes időszakokban az 50 bázispontot sem érte el), majd a háború kitörését követően drasztikusan emelkedett, és 2022. október közepén közel járt a 300 bázispontos értékhez. Ezt követően szinte egyenletesen csökkent, de még 2024. augusztus végén is meghaladta a 100 bázispontot.

Az ábrát vizsgálva szembeötlő, hogy míg a vizsgált időszak első részében (az ukrán–orosz konfliktus kirobbanásáig) a hazai országhockázati mutató látszólag „nem vesz tudomást” a világpiaci gázárakban tapasztalható növekvő tendenciáról,

illetve az árfolyamban megjelenő kiugrásokról és korrekciókról, addig az elmúlt 2 évben a CDS-felár – szemmel láthatóan késleltetve – követi a világpiaci gázárban meglevő trendeket. Az 1. ábra alapján kézenfekvőnek tűnik a feltevés, hogy – legalábbis bizonyos időintervallumokban – a gázárváltozás metelyezi az országkockázatot.

A módszertan bemutatása során láthattuk, hogy a magasabb rendű vegyesmomentum-tesztek stacionárius idősorok között értelmezhetőek, így elsőként meg kell határoznunk a vizsgált két jelenségre vonatkozó empirikus idősor integráltsági rendjét. A 1. táblázat a vonatkozó egységgyöktesztek¹⁷ eredményeit mutatja.

1. táblázat

A TTF-gázár, illetve a CDS-felár idősoraira végzett egységgyöktesztek

Unit root tests for TTF gas price and CDS series

Teszt	TTF		CDS	
	eredeti	első differencia	eredeti	első differencia
ADF	–1,853 (0,679)	–7,438 ($< 0,001$)	–1,339 (0,878)	–10,746 ($< 0,001$)
KPSS	3,117 ($< 0,001$)	0,066 ($> 0,100$)	8,064 ($< 0,001$)	0,161 ($> 0,100$)

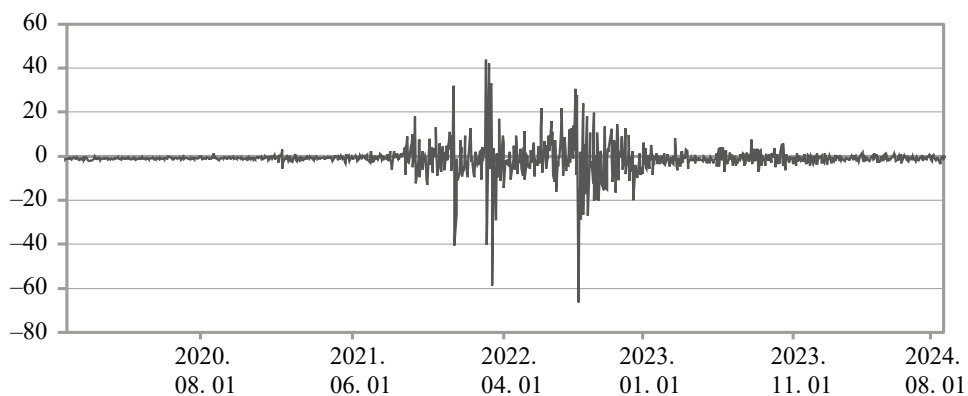
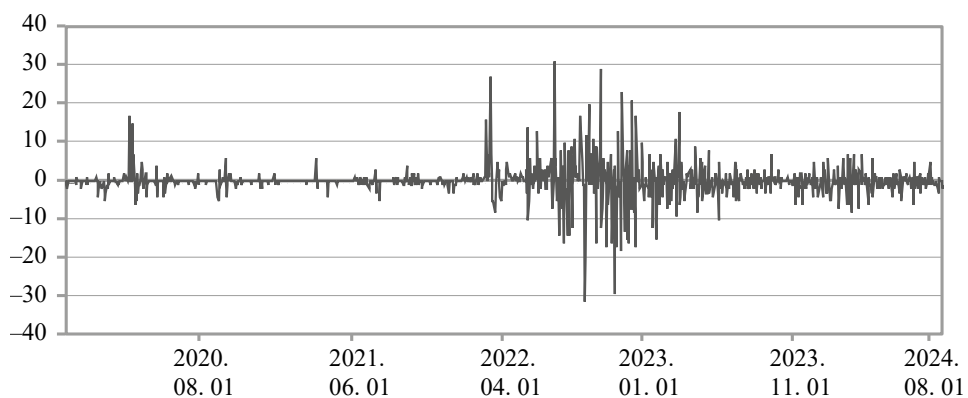
Forrás: saját számítás.

Az 1. táblázatban szereplő teszteredmények alapján egyértelműen kijelenthető, hogy mindkét vizsgált idősor első rendben integrált, vagyis a metelyezés vizsgálata nem az eredeti idősorok, hanem az első differenciák (változások) alapján végzendő. A differencia-idősorok alakulását mutatja a 2. ábra.

A differencia-idősorok várhatóérték-stacionaritása leolvasható a 2. ábráról. Ugyanakkor az is látszik, hogy a változások nagysága (volatilitás) nem azonos a teljes időhorizonton. A 2. ábra jól mutatja, hogy a világjárványhoz kapcsolódó lezárások (2020 eleje) a gázár volatilitását csak minimálisan érintették, miközben az országkockázat megítélése szembeötlően ingadozott, valamint azt is láthatjuk, hogy a világpiaci gázár már az orosz–ukrán konfliktus kirobbanása előtt is viszonylag volatilitás volt, de ennek átgyűrűződése az országkockázatra csak több hónapos időbeli késéssel zajlott le. (Érdekes, bár ebben a tanulmányban nem vizsgált jelenség, hogy míg a gázárak változékonysága 2023 közepétől a 2020 előtti szintre csökkent, addig a CDS-felár változékonysága a vizsgált időhorizont végéig szignifikánsan eltér a nullától.)

¹⁷ A táblázatban szereplő próbák a szokásos egységgyöktesztek. ADF jelöli a kiterjesztett Dickey–Fuller-próbát (konstans és determinisztikus trend feltételezésével), KPSS jelöli a Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin-próbát (lásd Rappai, 2013). A cellákban a próbafüggvény empirikus értéke, zárójelben pedig a szignifikanciaérték szerepel.

2. ábra

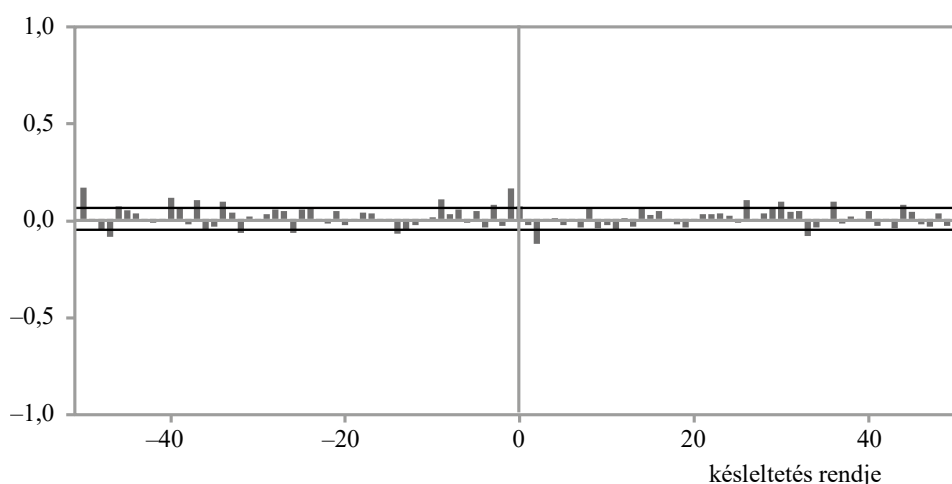
A gázár és az országhockázat napi változása (2019. november–2024. augusztus)*Daily changes in gas prices and country risk (November 2019–August 2024)***TTF napi változása – Daily changes in gas price****Országhockázat napi változása – Daily changes in country risk**

Forrás: Yahoo Finance, illetve MNB alapján saját számítás.

Az időben késleltetetten megjelenő korrelációs kapcsolat szokásos illusztrációja a 3. ábrán látható keresztkorrelogram.

3. ábra

A gázárváltozás és az országhelyzet-változás közötti keresztkorrelogram
Cross-correlogram of changes in gas prices and country risk



Megjegyzés: az ábrán a fekete vonalpár mutatja a szignifikáns korreláció nagyságát.
 Forrás: Yahoo Finance, illetve MNB alapján saját számítás.

A keresztkorrelációs együtthatók csak egy-két esetben mutatnak 1%-os szignifikancia-szinten is jelentősnek mondható korrelációs kapcsolatot, vagyis a keresztkorrelogram alapján nem feltétlenül gyanakodhatunk mételezésre.

Szintén nem mutat ki mételet a pusztán korrelációkra épülő Forbes–Rigobon-teszt, ahol a próbafüggvény értéke mindössze 0,040, a hozzá tartozó szignifikanciaérték 0,968; vagyis a nullhipotézist, miszerint nem találunk mételezést, el kell fogadni. Ha azonban tovább vizsgáljuk a kapcsolatot, és elvégezzük a magasabb rendű vegyes momentumokra épülő próbákat is, akkor más következtetést kell levonnunk. Az eredményeket a 2. táblázat mutatja.

Láthatjuk, hogy egyetlen kivételtől eltekintve mindenütt kimutatható a mételezés, vagyis szignifikáns kapcsolatot találunk a világpiaci gázár és az országhelyzet változása között. Érdekes lehet kitérni arra is, hogy az egyetlen próba, amely nem ezt az eredményt sugallja, arra építene, hogy a gázárváltozás volatilitása (a gázár alakulásának a bizonytalansága) mételezi az országhelyzet változását, ezt azonban nem lehetett verifikálni.

Hasonlóan elvethetjük az okság hiányára vonatkozó nullhipotézist, ha a Granger-oktságot Wald-féle F-próbával teszteljük. Az ötödrendű késleltetést tartalmazó, egymásba ágyazott modellek alapján a próbafüggvény empirikus értéke 9,892, a

szignifikanciaérték kisebb, mint 1 ezrelék. Összességében tehát elmondhatjuk, hogy az okságot, illetve a mételyezést vizsgáló próbák némiképp ellentmondásos eredményre vezetnek.

2. táblázat

A teljes időszakra vonatkozó magasabb rendű mételytesztek eredményei

Results of higher-order contagion tests for the full period

Teszt	Próbafüggvény értéke	Szignifikanciaérték (p-érték)
CS_{12}	31,216	< 0,001
CS_{21}	0,001	0,997
CK_{13}	19,057	< 0,001
CK_{31}	57,692	< 0,001
CV_{22}	178,082	< 0,001

Forrás: saját számítás.

Nyilvánvalóan nem lehet levonni megalapozott következtetést egyetlen példából, ezért elvégeztem a mételyezéstereszteket több részmintán is. A részminták (időszakok) kiválasztásánál igyekeztem olyan eseményekre fókuszálni, amelyek esetében feltételezhető, hogy az idősorok adatgeneráló folyamata megváltozott. Mindezek alapján 5 esemény környezetében vizsgáltam a mételyezéstereszteket működését:

- a Covid19-járvány első hullámában, a vészhelyzet hazai kihirdetése idején (2020. március 11.),
- a pandémia második hullámában a kijárási tilalom hazai elrendelése idején (2020. november 11.),
- a járvánnyal kapcsolatos hazai veszélyhelyzeti intézkedések jelentős enyhítése idején (2021. április 1.),
- Oroszország ukrajnai inváziójának kezdete idején (2022. február 24.),
- a TTF határidős gázár-folyam-tetőzésekor (2022. augusztus 26.).

A másik szempont, amelyet mindenképpen figyelembe kellett venni, hogy az esemény előtt, illetve után egyaránt elégségesen hosszú empirikus idősor álljon rendelkezésre. (Törekedtem a legalább féléves, vagyis – a naptár függvényében – mintegy 125 munkanapos elő-, illetve utóidőszak kiválasztására.¹⁸) Az időszakok néhány esetben „átlapolódtak”, de hangsúlyozni kívánom, hogy a cél nem egy-egy esemény hatásának vizsgálata volt, hanem annak illusztrálása, hogy mennyiben adnak homogén eredményeket a mételyezéstereszteket.

¹⁸ Egyedül az első eseményt megelőző időszak nem volt ilyen hosszú.

A teszteredményeket a 3. táblázat tartalmazza.

3. táblázat

Magasabb rendű mételytesztek eredményei a vizsgált részmintákon

Results of higher-order contagion tests for the full period

Esemény dátuma	20/03/11	20/11/11	21/04/01	22/02/24	22/08/26
Minta-időszak kezdete	19/11/04	20/04/08	20/10/01	21/08/30	22/03/01
Minta-időszak vége	20/09/16	21/04/20	21/10/01	22/08/30	23/03/01
<i>Teszt</i>					
<i>FR</i>	−0,375 (0,708)	−0,031 (0,975)	−0,026 (0,979)	−0,011 (0,991)	−2,669 (0,008)
<i>CS₁₂</i>	0,001 (0,973)	0,398 (0,528)	27,477 ($< 0,001$)	4,634 (0,031)	7,347 (0,007)
<i>CS₂₁</i>	1,913 (0,167)	21,083 ($< 0,001$)	19,511 ($< 0,001$)	2,935 (0,087)	8,556 (0,003)
<i>CK₁₃</i>	0,289 (0,591)	0,335 (0,563)	174,264 ($< 0,001$)	3,403 (0,065)	14,762 ($< 0,001$)
<i>CK₃₁</i>	8,822 (0,003)	23,076 ($< 0,001$)	87,965 ($< 0,001$)	19,677 ($< 0,001$)	0,183 (0,669)
<i>CV₂₂</i>	4,163 (0,041)	8,017 (0,005)	178,036 ($< 0,001$)	12,783 ($< 0,001$)	6,414 (0,011)

Megjegyzés: az empirikus próbafüggvényértékek alatt zárójelben a szignifikanciaérték. Vastag betűvel szedve azok a cellák, ahol a nullhipotézis (nincs mételyezés) 5%-os szignifikanciaszinten elvetendő.

Forrás: saját számítás.

A teszteredmények alátámasztják a kiinduló vélekedésemet: a magasabb rendű vegyes momentumokra épülő mételyezéstesztek érzékenyebbek, mint a pusztán csak a korrelációs kapcsolat megváltozását vizsgáló Forbes–Rigobon-teszt. Ugyanakkor nyilvánvalóan ez a próba sem felesleges, hiszen láthatjuk, hogy a hatás tovaterjedését legmarkánsabban mutató időszakban (az orosz–ukrán válságot követő drasztikus gázáremelés országhorizontot mételyező periódusban) a korreláció felfújódására alapozó próba is kimutatja a mételyezést. (Ne feledjük, ez az az időszak, amely az 1. ábrán is elég szembeötlő volt ahhoz, hogy feltételezzük a mételyezést!) A magasabb rendű vegyes momentumokra építő tesztek között, ezen vizsgálat alapján, nem lehet egyértelmű „érzékenységi sorrendet” felállítani. Erre még akkor sem vállalkoznánk, ha látható, hogy a covolatilitáson alapuló próba egyedülként mind az öt részmintán kimutatta a mételyezést.

Érdekes felírni a Granger-okságot tesztelő, klasszikus Wald-próba eredményeit is. A 4. táblázat az F-teszt empirikus próbafüggvényértékeit, illetve zárójelben a hozzájuk tartozó szignifikanciaértékeket tartalmazza.

Láthatjuk, hogy az okság tesztelésére szolgáló klasszikus próba sem talál kauzális összefüggést az első három időszakban, vagyis esetében is kimondható, hogy

kevésbé érzékeny, mint a magasabb rendű vegyes momentumokon alapuló méte-lyezéstesztek. Természetesen nem hallgatható el, hogy az orosz–ukrán konfliktus kirobbanásának, illetve a gázár tetőzésének környezetében ez a próba is „megta-lálta” az ok-okozati összefüggést.

4. táblázat

Granger-okság tesztelése Wald-féle F-próbával
Testing Granger causality with Wald F-test

Esemény dátuma	20/03/11	20/11/11	21/04/01	22/02/24	22/08/26
Mintaidőszak kezdete	19/11/04	20/04/08	20/10/01	21/08/30	22/03/01
Mintaidőszak vége	20/09/16	21/04/20	21/10/01	22/08/30	23/03/01
<i>Wald-féle F-próba</i>	0,593 (0,705)	0,472 (0,797)	1,923 (0,091)	3,688 (0,003)	2,740 (0,020)

4. Következtetések

A tanulmány célja annak megmutatása, hogy éppúgy, mint az okság esetén, ahol megkülönböztethetünk (definiálhatunk) gyenge, illetve erős okságot (lásd *Abali-gei, 2015*), az idősorok közötti méte-lyezés jelenségének vizsgálata sem áll meg a korrelációs kapcsolat (lineáris regresszió) elemzésénél. Az elmúlt évtizedekben megjelent próbák a magasabb rendű vegyes momentumokon alapulnak, és az em-pirikus megfigyelések azt mutatják, hogy érzékenyebbek, mint a keresztkorrelá-ció vizsgálatok. Alkalmasan választott vegyes ferdeségi (*coskewness*), illetve ve-gyes csúcsossági (*cokurtosis*) mutatók kiszámításával, illetve az ezekre alapozott próbákkal nemcsak a feltételes várható érték változását, hanem más empirikus el-oszlási paraméter módosulását is ki tudjuk mutatni. Az ebben az írásban bemuta-tott próbacsáladról kijelenthető, hogy gyakrabban jelzik a méte-lyezést, mint a pusztán csak korreláción (lineáris regresszió) alapuló próbák, ugyanakkor egzakt „érzékenységi sorrend” nem írható fel a tesztek között. Általánosan alkalmazható stratégiaként azt ajánlhatom, hogy a modellező igyekezzen minél több próbát hasz-nálni, és ezek eredményének együttes figyelembevételével hozza meg a döntést az oksági relációról. Nyilván nagyon hasznos lenne, ha a különböző tesztek eredmé-nyét (szignifikanciaértékeit) képesek lennénk összevontan kezelni,¹⁹ ám erre a ta-nulmányban nem vállalkoztam, és ilyenre az általam ismert szakirodalomban sem tettek kísérletet.

¹⁹ Ennek egy megoldását mutatja be „omnibusz”-próba néven *Meszéna-Ziermann (1981)* 466. old.

Illusztratív példám azt mutatta, hogy a földgázimportnak erősen kitett magyar gazdaság esetén az országhoz tartozó felárak nem függetlenek a világpiaci gázártól, ez utóbbi ingadozása, de különösképpen drasztikus növekedése szignifikánsan mértékezi a CDS-felárat. A téma szakértői számára mindez valószínűleg nem relatív megállapítás, ugyanakkor a jelenség alapos feltárása, illetve a kijelentést megalapozó próba korrekt alkalmazása segítheti a gazdaság jelenségeinek árnyaltabb megismerését. Reményeim szerint ehhez járult hozzá ez a tanulmány is.

Irodalom

- Abaliget G. (2015): Nem-paraméteres okság tesztek két változóra. *Sigma*, 46(3–4), 159–185.
- Aboagye, E. – Ko, S. I. – Lo, C. C. – Hsiao, C. Y. – Peng, L. (2024): A contagion test with unspecified heteroscedastic errors. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 159(1), 1–20.
<https://doi.org/10.1016/j.jedc.2023.104804>
- Allen, F. – Gale, D. (2000): Financial contagion. *Journal of Political Economy*, 108(1), 1–33.
<https://doi.org/10.1086/262109>
- Apergis, N. – Christou, C. – Kynigakis, I. (2019): Contagion across US and European financial markets: Evidence from the CDS markets. *Journal of International Money and Finance*, 96(3), 1–12.
<https://doi.org/10.1016/j.jimonfin.2019.04.006>
- Dornbusch, R. – Park, Y. C. – Claessens, S. (2000): Contagion: Understanding How It Spreads. *The World Bank Research Observer*, 15(2), 177–97. <https://doi.org/10.1093/wbro/15.2.177>
- Flavin, T. (2020): Financial Contagion and Shock Transmission During the Global Financial Crisis: A Review of the Literature In: *Emerging Tools and Strategies for Financial Management*, 173–197.
<https://doi.org/10.4018/978-1-7998-2440-4.ch008>
- Forbes, K. – Rigobon, R. (2002): No Contagion, Only Interdependence: Measuring Stock Market Co-Movements. *The Journal of Finance*, 57(5), 2223–2261.
<https://doi.org/10.1111/0022-1082.00494>
- Fry, R. – Martin, V. L. – Tang, C. (2010): A New Class of Tests of Contagion with Applications. *Journal of Business and Economic Statistics*, 28(3), 423–437.
<http://www.jstor.org/stable/20750850>
- Fry-McKibbin, R. – Hsiao, C. Y-L. (2015): Extremal Dependence Tests for Contagion. *Econometric Reviews*, 37(6), 626–649. <https://doi.org/10.1080/07474938.2015.1122270>
- Fry-McKibbin, R. – Hsiao, C. Y-L. – Martin, V. L. (2019): Joint tests of contagion with applications. *Quantitative Finance*, 19(3), 473–490. <https://doi.org/10.1080/14697688.2018.1475747>
- Fry-McKibbin, R. – Greenwood-Nimmo, M. – Hsiao, C. Y-L. – Qi, L. (2022): Higher-order comovement contagion among G20 equity markets during the COVID-19 pandemic. *Finance Research Letters*, 45. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3817098>
- Granger, C. W. (1969): Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-spectral Methods. *Econometrica*, 37(3), 424–438. <https://doi.org/10.2307/1912791>
- Hasan, S. M. – Gausden, R. – Kume, (2022): An examination of higher-moment contagion during the South Sea Bubble. *Applied Economic Letters*, 29(20), 1949–1953.
<https://doi.org/10.1080/13504851.2021.1971612>
- Hunyadi L. – Vita L. (2019): *Statisztika I.* Aula Kiadó, Budapest.

- Kaminsky, G. – Reinhart, C. (2000): On Crises, Contagion and Confusion. *Journal of International Economics*, 51(1), 145–168. [https://doi.org/10.1016/S0022-1996\(99\)00040-9](https://doi.org/10.1016/S0022-1996(99)00040-9)
- Kehl D. (2023): *Valószínűségszámítás és statisztika*. PTE KTK Kiadó, Pécs
- Kilic, E. (2017): Contagion effects of U.S. Dollar and Chinese Yuan in forward and spot foreign exchange markets. *Economic Modelling*, 62(2), 51–67. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2017.01.005>
- King, M. A. – Wadhwani, S. (1990): Transmission of volatility between stock markets. *Review of Financial Studies*, 3(1), 5–33. <https://doi.org/10.3386/w2910>
- Magyar Nemzeti Bank [MNB] (2024): *Inflációs jelentés, 2024*. <https://www.mnb.hu/kiadvanyok/jelentesek/inflacios-jelentes/2024-09-26-inflacios-jelentes-2024-szeptember>
- Meszéna Gy. – Ziermann M. (1981): *Valószínűségelmélet és matematikai statisztika*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- Naresh, G. – Vasudevan, G. – Mahalakshimi, S. – Thiyagarajan, S. (2018): Spillover effect of U.S. dollar on the stock indices of BRICS. *Research in International Business and Finance*, 44(2), 359–368. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2017.07.105>
- Rappai G. (2011): Okság a statisztikai modellekben. *Statisztikai Szemle*, 89(10–11), 1113–1129. https://www.ksh.hu/statszemle_archive/all/2011/2011_10-11/2011_10-11_1113.pdf
- Rappai G. (2013): *Bevezető pénzügyi ökonometria*. Pearson, Harlow.
- Seth, N. – Panda, L. (2018): Financial contagion: review of empirical literature. *Qualitative Research in Financial Markets*, 10(1), 15–70. <https://doi.org/10.1108/QRFM-06-2017-0056>
- Varga L. (2008): *A magyar szuverén cds-szpredek információtartalma*. MNB-tanulmányok, 78.
- Wen, X. Q. – Cheng, H. (2018): Which is the safe haven for emerging stock markets, gold or the US dollar? *Emerging Markets Review*, 35(1), 69–90. <http://doi.org/10.1016/j.ememar.2017.12.006>
- Yahoo Finance: <https://finance.yahoo.com/quote/TTF%3DF/history?p=TTF%3DF>