

Dusek Tamás

Minden előrejelezhető a bayesi statisztikával?

Tim Chivers: *Everything is predictable. How Bayesian Statistics Explain Our World*. Atria, New York, 2024

Dusek Tamás, a Széchenyi István Egyetem egyetemi tanára, a *Statisztikai Szemle* főszerkesztője
E-mail: dusekt@sze.hu, Tamas.Dusek@ksh.hu

Az ismertetés címében feltett kérdésre igen a válasza a bayesi statisztikát és a statisztikai következtetésméletet középpontba állító könyvnek. A szerző újságíró, aki már a Bevezetésben közli, hogy utálja a képleteket. Ennek megfelelően a borítón is szereplő Bayes-tételen kívül más egyenlet nem szerepel az informatív stílusban írt könyvben, amely így a szakemberek mellett a tudományos ismeretterjesztő művek iránt fogékonyak számára is könnyen olvasható. Emellett a kutatóknak is hasznosak lehetnek a statisztika történetével, alkalmazásával, az emberi döntések pszichológiájával kapcsolatos, többnyire másodlagos forrásokon alapuló, olykor személyes beszélgetésekre hivatkozó, nagyon vegyes részműveket érintő okfejtések. Ezek általában pontosak, szakszerűek. Vitatható részek elsősorban ott észlelhetők, ahol egy-egy fogalom többféle értelemben használatos, és a szerző nem pontosítja ezek értelmét, vagy ahol egy témáról eleve nincs konszenzus a szakmában, továbbá néhány, a gondolatmenet szempontjából fontos, de hiányzó magyarázat is kifogásolható lehet. Az első probléma, a többféle értelmezés azért is kiemelendő, mert maga a Bayes-féle statisztika, becslés is többféle jelentéssel bír, a gyakorlat többféleképpen (szűkebben, tágabban) használja, amire e könyv tartalma is bizonyíték lesz, és amiről jó lett volna egy rendszerezett áttekintést kapni. A könyvre jellemzők a hirtelen témaváltások, távoli kitérők és az anekdotaszerű történetek az érvelés során, ami az olvashatóságot javítja, de a koherenciát és így a gondolatmenet követhetőségét csökkenti. Az egyik legtöbbet emlegetett szerző *Aubrey Clayton* (a könyvére is hivatkozik és személyes beszélgetésre is), akinek nagyon hasonló témájú és megközelítésű munkáját (*Clayton, 2021*) korábban (*Dusek, 2023*) ismertettem. A két könyv erőnei és hiányosságai is hasonlóak, amit az alábbiakban részletezek.

Chivers műve öt fejezetre, bevezetőre és konklúzióra tagolódik. Már a Bevezetésben érvényesül a szerző stílusa: nagyon sok, egymástól teljesen eltérő jövőbeli esemény előrejelzésére vonatkozó példát sorol fel, anélkül, hogy ezeket rendszerezné, és a közöttük lévő lényeges koncepcionális különbségeket bemutatná. A megemlített események ötletszerűen követik egymást. A példák között találhatunk a bolygók pályájára vonatkozó több ezer éves csillagászati előrejelzést, az időjárás pár napos előrejelzését, a levegővételre, egy bolt áru kínálatára, betegség terjedésére, betegség valószínűségére pozitív teszt esetén (erre vonatkozóan számos példát ad, többet számszerű valószínűséggel), kockadobásra, a labdarúgó-bajnokság győztesére, egy kép tartalmára, egy bűntény gyanúsítottjának bűnös voltára, és néhány további, ezekről nagyon eltérő esetre vonatkozó előrejelzést. A szerző szerint ezekben az a közös, hogy előrejelzésüket a Bayes-tétel és a világról való tapasztalataink alapján megfogalmazott előzetes valószínűségek megadása teszi lehetővé.

Ez az álláspontja az egymástól kategorikusan különböző típusokba sorolható események sajnálatos egybemosásán alapul. Fontos lett volna megemlíteni legalább a véletlen tömegjelenségek és az egyedi jelenségek közötti különbséget (pl. melyik csapat lesz adott évben a bajnokság győztese), valamint a determinisztikus, a véletlen és a bizonytalan események eltérő sajátosságait. Egy napfogyatkozást nem a Bayes-tétel segítségével jeleznek előre, ahogyan sok minden más sem. Még akkor sem, ha a szerző a determinisztikus döntéseket a bayesi érvelés speciális esetének tekinti, ahol csak 1 és 0 valószínűséget szabad használni. A könyv későbbi részében sem lesznek megkülönböztetve a különböző eseménytípusok. A Bayes-tétel bevezetése kapcsán szintén sok olyan kérdést tárgyalhatott volna a szerző, amely a valószínűségszámítás koncepcionális alapkérdéseit érinti, és ezáltal pontosíthatta volna, hogy miben is tér el a bayesi és a frekventista statisztika.¹ Az érintett tétel egy matematikai egyenlet, amely egy esemény feltételes valószínűségét adja meg, két feltétel nélküli valószínűség hányadosa és egy fordított feltételes valószínűség szorzataként. Ez tehát egy matematikai tétel, amelynek valószínűségi alkalmazása abból ered, hogy a benne szereplő változóknak valószínűségi értelmezést adnak. A különböző valószínűségi felfogások képviselői közötti évszázados vita ezeknek a valószínűségeknek az eredetére, a kiegészítő információk felhasználására, a tétel különböző eseményekkel kapcsolatos alkalmazhatóságára és az eredmények értelmezésére irányul.

Az öt fejezet közül az első a leghosszabb, amelynek középpontjában a valószínűségszámítás története, azon belül *Thomas Bayes* (1702–1761) munkássága áll. A nagyközönségnek szánt statisztikai könyvek történeti előzményeket bemutató részénél jóval részletesebb ismertetést kapunk a Bayest megelőző koncepci-

¹ Magyarul erről jó összefoglalót ad *Wickmann* (1995) és *Hunyadi* (2011).

onális előrelépésekről. A legkorábbi szereplő egy itáliai szerzetes, *Pacioli* (1494), akinek a szerencsejátékkal kapcsolatos problémafelvetése hasonló volt a későbbi, szélesebb körben ismert *de Méré lovagéhoz*. Ezt követően sokat emlegetett korai szereplők következnek, úgymint *Cardano*, *Pascal*, *Fermat*, *de Méré lovag*, *Jacob Bernoulli*, *de Moivre*. Utóbbi gyakorolta a legnagyobb befolyást Bayesre, miután már az 1730-as években elolvasta de Moivre 1716-ban megjelent, valószínűségszámításról szóló könyvét.

Bayes életrajza kapcsán leginkább *David Bellhouse* munkájára, egyébként pedig a neves statisztikatörténész, *Joseph Stigler* (a közgazdasági Nobel-díjas *George Stigler* fia) munkásságára támaszkodik. Bayesről megtudjuk a szokásos életrajzi adatokat, miszerint presbitáriánus lelkész és hobbimatematikus volt. Híres tanulmányát halála után 2 évvel, 1763-ban jelentette meg barátja, *Richard Price*, akire Bayes az iratait hagyta. Price sokkal ismertebb volt életében, mint Bayes. Baráti kapcsolatban állt *David Hume*-mal, *Adam Smith*-szel és az idősebb *William Pitt*-tel (aki 1766 és 1768 között Anglia miniszterelnöke volt). Price nemcsak a vesszőket és a helyesírási hibákat javította, hanem ő írta a cikk második felét, amely a tétel lehetséges gyakorlati alkalmazásait tárgyalta. Bayes eredeti kézírata teljesen elméleti volt, alkalmazási lehetőségek nélkül. A történetet (Stigler nyomán) *Chivers* tovább részletezi, számos érdekes és tanulságos elemmel és példával.

A Bayest követő történeti szereplők közül először *Laplace* van kiemelve, aki Bayest nem ismerve, tőle függetlenül ismerte fel és írta le a később Bayes-tételnek vagy Bayes-szabálynak nevezett összefüggést. Ezután hirtelen ugrással *Adolphe Quetelet*, *Alphonse Bertillon*, *Francis Galton*, *Karl Pearson*, *Ronald Fisher*, *Egon Pearson* és *Jerzy Neyman* következik. Ez a rész szintén izgalmas, a statisztika és a valószínűségszámítás megközelítéseiről is információkat nyújt, és történeti mivolta ellenére hozzájárul a statisztika használatával kapcsolatos kérdések megértéséhez. Az érintett kutatók többségét az eugenika (az öröklődő testi és szellemi tulajdonságok javítása érdekében végzett beavatkozások tana) támogatása miatt bírálja a szerző. Ennek kapcsán megemlíti, hogy üknagybátyja, *John Maynard Keynes* is szimpatizált az eugenikával.

A második fejezet egy problémás kérdéssel, a tudományos eredmények hamisításával kezdődik. A szisztematikusság itt is hiányzik, az olvasó nem kap pontos képet a csalások jellegéről, hátteréről. A téma tárgyalása példákon, *Diderik Stapel* és *Daryl Bem* adathamisítási botrányain keresztül történik. Ezután a replikációs válság, az ehhez kötődő publikációs torzítás és a szignifikanciateszt-vita elég egyoldalú és hiányos ismertetése következik. A szerző túlzása szerint ez az egész tudományt érintő probléma. Valójában számos tudományterületen a probléma nem is értelmezhető, még a leginkább példaként emlegetett terület, a szociálpszichológia egészét sem érinti. Amit érint, az pedig nem az elméleti alapok, hanem eléggé furcsa, egyedi kísérleti elrendezések általánosítása, amelyek az-

előtt is léteztek és indokolatlanok voltak, mielőtt a replikációs válság megnevezés divatba jött.

A harmadik fejezet címe alapján a Bayes-féle (magyarul a bayesi és a bayesi-ánus is használatos) döntéshelmélettel foglalkozna, de olyan példákat sorol fel különböző hosszúságban és mélységben, amelyek nagy része nem kötődik a címhez. A fejezet sokszínűségét érzékelteti, hogy megjelenik benne *Arisztotelész* és a logika, *George Boole* és a Boole-algebra, *David Manheim* szuperjós, *Nicolas Carnot* gépészmérnök és a Carnot-motor, *Oliver Cromwell* lordprotektor és a Cromwell-szabály, *Frank Ramsey*, *Bruno Finetti* és a holland fogadás, a játékelmélet *Neumann Jánossal* és *Oskar Morgensternnel*, *William Ockham* ferences szerzetes és a híres borotvája, *Arkhimédész* és a pi nagyságának a meghatározása, *Paul Crowley*, a Google kriptográfusa, *Samuel Soal* parapszichológus, *Murray Shanahan* mesterségesintelligencia-kutató. A lista nem teljes. A témakör rendkívül heterogén, koherens kezelése nehéz lenne, ami a szerzőnek nem is sikerül, de ismét különböző érdekes történeteket kapunk.

A negyedik fejezet az emberek irracionálisával foglalkozó kutatásokat kritizálja. Ezt a fejezetet tartom a legjobbnak, különösen az első fele miatt. Nem azt vitatja, hogy *Kahneman* és *Tversky*, valamint mások ravaszul megfogalmazott kérdéseire adott válaszok nem érvényesek a kísérleti környezetben, hanem azok hétköznapi, mindennapi életre való általánosítását bírálja. A *Jens Koed Madsen*, a London School of Economics pszichológusa álláspontjára hivatkozó részt érdemes szó idézni: „Régebben azt gondoltam, hogy mindebből az a tanulság, hogy az emberek mélyen irracionálisak. Azóta azonban kissé eltávolodtam ettől a nézettől. Mivel tudjuk, hogy az ideális döntéshozatal szükségszerűen bayesi, és mivel az emberek többnyire jó döntéseket hoznak – legtöbbször sikeresen találnak ennivalót, menedéket keresünk az eső elől, és elkerüljük, hogy elüssön minket egy autó –, akkor biztosan valamit jól csinálunk. És szerintem 'Az emberek annyira elfogultak!' diskurzus nagy része valójában azt jelenti, hogy 'a többi ember annyira elfogult'. Úgy kell gondolkodnunk erről, hogy „mi, emberek, rendkívül racionálisak vagyunk, ha az információt olyan módon kapjuk, ahogyan azt feldolgozni tudjuk.” (232. oldal) Majd úgy folytatja, *Madsen* nyomán, hogy egy két hónap alatt megtervezett trükkös viselkedési kísérlet talán nem is hasonló annyira a mindennapi életünkhöz. Ha megnézzük az embereket a mindennapi életükben, akkor elég jól boldogulnak. Amennyiben a kérdések konkrétan vannak megfogalmazva, akkor az emberek sokkal nagyobb valószínűséggel válaszolnak helyesen, mint az absztraktul megfogalmazott feladatoknál. *Chivers* a fejezet második részében foglalkozik még az irracionális irodalmában megjelenő egyes heurisztikák közötti ellentmondásokkal, majd itt kap helyet a jól ismert, *Monty Hall* nevéhez kötődő választási probléma ismertetése: három ajtó közül kell választani a vetélkedőműsorban, az egyik mögött van a nyeremény, a választás után a műsorvezető kinyit egy ajtót, amely mögött nincs nyeremény, és fel-

ajánlja a lehetőséget a választás megváltoztatására. Változtasson-e a versenyző? Ez egy kitűnő példa a többletinformáció révén megváltozó valószínűségre, és a szerző szerint bayesi aggyal oldható meg. Ez az értelmezés azonban nem indokolt. Ez egy trükkös és elgondolkodtató valószínűségi feladat, egyértelmű információkkal, amit ugyanúgy oldana meg bármilyen gondolkodásmód.

Az ötödik fejezet az érzékelés filozófiai és pszichológiai elméletei közül mutat be néhányat (Platónról *Alhazen*en és Kanton át *Helmholtz*ig, majd több időben napjainkhoz közelebbi szerzőt is), valamint optikai illúziókkal foglalkozik, számos példát, ábrát bemutatva az utóbbira. A stílust és a tartalmat a következő részlettel illusztrálom: „Futballrajongó vagyok, de a futballban nagyon gyenge; gyerekként soha nem játszottam, ezért olyan ügyes és kecses vagyok, mint *Szil-szakáll ent* [Gyűrűk ura-karakter]. De azt is észrevettem, hogy ez azt jelenti, hogy nem vagyok olyan jó futballnéző, mint mások. Nem tudom olyan jól megjósolni a testhelyzeteket és a láb és a labda közötti érintkezéseket, mint például a barátaim – ők sokkal jobban tudják megmondani, hogy valaki gyönyörűen elkapta-e a labdát a lábfejével, vagy esetleg ügyetlenül rúgta meg a lábujjával, valószínűleg azért, mert évek óta játszanak, és látják, hogy a lábfejjel vagy a lábujjakkal való érintkezés hogyan kapcsolódik a testhelyzet apró változásaihoz, vagy ahhoz, hogy a labda hogyan pattan le a lábáról.” (302. oldal)

A következőkben újabb példákat hoz fel a szerző alaptételének a megerősítésére, miszerint a világban minden bayesi típus folyamat: az e-mailek levél-szemét(spam)-szűrése, vagy az evolúció is, és megismétli, hogy „minden döntéssel kapcsolatos dolog bayesiánus. Egyszerűen leírja az új információk és a korábbi legjobb becslések integrálásának optimális módját.” (324. oldal) Ez az állítás, ahogyan korábban utaltam rá, részben a Bayes-tétel nagyon tág értelmezésére, részben a különböző típusú döntések homogén kezelésére támaszkodik. Ha ezektől a túlzásoktól eltekintünk, akkor a könyv a témában jártas olvasók számára jól használható a valószínűségi ismeretek és alkalmazások felfrissítésére és szélesítésére, a kevésbé jártasoknak pedig sok hasznos újdonsággal szolgáló élvezetes munka.

Irodalom

- Clayton, A. (2021): *Bernoulli's Fallacy. Statistical Illogic and the Crisis of Modern Science*. Columbia University Press, New York.
- Dusek T. (2022): A modern tudomány válsága. (Könyvismertetés). *Statisztikai Szemle*, 100(11), 1081–1087. <https://doi.org/10.20311/stat2022.11.hu1081>
- Hunyadi L. (2011): Bayesi gondolkodás a statisztikában. *Statisztikai Szemle*, 89(10–11), 1150–1171.
- Wickmann, D. (1995): *Bayes-statisztika*. ELTE Eötvös Kiadó, Budapest.